

Matematika B4

I. gyakorlat

2005. február 17.

1. Bevezető kérdések

1. Négyyszer dobunk érmevel és megfigyeljük mindegyik érmen, hogy melyik oldal val felül. Írjuk fel az eseményteret!
2. Addig dobunk érmevel, amíg másodszorra fejet nem kapunk. Írjuk fel az eseményteret!
3. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy piros és egy zöld kockával két 2-est dobok? És ugyanez két zölddel?
4. Mi a valószínűsége annak, hogy 10 dobásból legalább egy 6-os?

2. Kombinatorikus leszámolások

	ismétlés nélküli	ismétléses
permutáció	$n!$ n futó beérkezésének sorrendje	$\frac{n!}{k_1!k_2!\dots k_r!}$ n golyót ennyi féle képpen állíthatunk sorba, ha k_1, k_2, \dots, k_r db külön-külön egyszínű
variáció	$\frac{n!}{(n-k)!}$ n futó beérkezésének sorrendje ha csak az első k helyet tekintjük	l^k l darab betűből készíthető k hosszú szavak száma
kombináció	$\binom{n}{k}$ n golyóból kiválasztunk k darabot és nem számít a kiválasztás sorrendje	$\binom{k+l-1}{l}$ k darab sütitől (sok van belőlük) hazaviszünk l -et, ennyi féleképpen tehetjük meg

5. A hét törpe minden este más sorrendben szeretne sorba állni, amikor Hófehérke a vacsorát osztja. Hányféleképpen tehetik ezt meg?
6. Hányféle sorrendben rakhatók ki a MATEMATIKA szó betűi?
7. Egy versenyen 5-en indulnak, az újságok az első három helyezett nevét közlik. Hányféle lehet ez a lista? (Közlik a helyezést is.)
8. Egy fagyizóban 5 féle fagyialt kapható: vanília, csoki, málna, pisztácia és citrom. Hányféleképpen vehetünk 2 gombócot, ha számít a gombócok sorrendje is, és lehet 1 fajtából többet is venni?
9. Van 6 lányismerősöm, és 2-t el akarok hívni moziba. Hányféleképpen tehetem ezt meg?
10. 3 új tanárt és egy titkárnőt akarnak felvenni egy iskolában. 6 tanár és 3 titkárnő jelölt van. Hányféleképpen kerülhetnek ki közülük az iskola új dolgozói?
11. Egy számkombinációs zárat 3 db különböző, 1 és 10 közötti szám begépelésével lehet kinyitni, de tudjuk, hogy a számok növekvő sorrendben vannak. Hány ilyen kombináció van?

Házi feladatok:

12. Rendezgetem a gémkapocgyűjteményemet. Van egy barna, egy szürke, és egy fehér. Hányféleképpen rakhatom őket sorba? És ha 7 különböző lenne?
13. Egy érmét tízszer feldobunk egymás után. Hányféle dobássorozat van, amelyben 6 fej és 4 írás fordul elő?
14. Piros, sárga, zöld, és kék színekből hányféleképpen lehet háromsávós (vízszintes sávozású) zászlót készíteni, ha minden színt legfeljebb egyszer használhatunk?
15. Hány különböző autórendszám készíthető (három betűből és három számjegyből)? (26 különböző betűt használnak a rendszám készítéshez.)
16. Hány ötös lottó szelvényt kell kitöltenünk, hogy biztosan legyen telitalálatosunk? És hatos lottó szelvényt?

3. Valószínűség

Elvégzünk egy kísérletet, például feldobunk egy kockát, amelynek lehetséges eredményeit (adott esetben 1, 2, 3, 4, 5, 6 eseteket) kimeneteknek nevezzük. A kimenetek összességét eseménytérnek nevezzük. A kimeneteket mi választjuk meg, megtehetjük azt is, hogy azt a két lehetőséget nézzük, hogy hatost dobunk-e, vagy sem.

Az egyes kimenetekhez valószínűséget rendelhetünk. Ha a kimenetek egyformán valószínűnek tekinthetők, akkor egy adott kimenet valószínűsége legyen:

$$\text{valószínűség} = \frac{\text{kedvező kimenetek száma}}{\text{az összes kimenetel száma}}$$

Biztos esemény 1 valószínűségű (pl. a kocka dobásánál mekkora valószínűséggel dobunk pozitív számot), ez "mindig" bekövetkezik.

Lehetetlen esemény valószínűsége: 0.

17. Feldobunk egy érmét kétszer egymásután. Mi a valószínűsége, hogy dobunk fejet? És hogy pontosan 1 db fejet dobunk?
18. Egy csomag magyar kártyából kivesszünk egy lapot, megnézzük a színét, majd visszatesszük. Megkeverjük a paklit, majd megint választunk egy lapot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a két lap színe különböző?
19. Mi a valószínűsége annak, hogy két darab (szabályos) kocka feldobásakor legalább az egyik 6-os lesz? És annak a valószínűsége, hogy egyik sem lesz 6-os?
20. Mi a valószínűsége annak, hogy egy háromgyermekes családban a gyerekek mind egyneműek, ha a lányok és a fiúk születési valószínűsége egyaránt $\frac{1}{2}$?
21. Legalább hány szabályos pénzdarabot kell feldobni ahhoz, hogy 90%-nál nagyobb legyen az esély arra, hogy legyen köztük fej?
22. Mennyi a valószínűsége, hogy ha egy polcon 7 db könyvet véletlenszerűen sorba rakunk, akkor egy köztük lévő trilógia kötetei egymás mellé kerülnek?
23. Hatszor dobunk egy szabályos dobókockával. Mi a valószínűsége annak, hogy mind a hat szám előjön?
24. A brazil labdarúgó válogatott edzésének megkezdése előtt, az edzésen résztvevő 22 játékost két csoportba osztják. Mi annak a valószínűsége, ha találmra történik a szétosztás a két 11-es csoportba, hogy Ronaldo és Ronaldinho egymás ellen játszik?
25. Mi a valószínűsége annak, hogy egy 23 fős társaságban van legalább két olyan ember, akiknek a születésnapja ugyanarra a napra esik (tegyük fel, hogy az emberek az év 365 napján egyforma eséllyel születnek)?
26. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az ötös lottón pontosan két találatunk lesz?
27. Egy dobozban 6 zöld és 4 sárga golyó van. Kihúzzunk (visszatevés nélkül) 4 golyót csukott szemmel, mennyi a valószínűsége, hogy pontosan két zöld golyót húztunk ki?