

VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS 1. GYAKORLAT

1. Az 1,2,4,5,7 számkártyák mindegyikének felhasználásával hány különböző 5-jegyű szám készíthető?
2. A 0,2,4,5,7 számkártyák mindegyikének felhasználásával hány különböző 5-jegyű szám készíthető? Ezekből hány páros, és hány páratlan?
3. Az 1,1,4,4,4,5 számkártyák mindegyikének felhasználásával hány különböző 6-jegyű szám készíthető?
4. A KOMBINATORIKA szó betűinek összekeverésével hány különböző 13 betűs (értelmes vagy értelmetlen) szó készíthető?
5. Az 1,2,4,5,7 számkártyákból hány különböző
 - a. olyan 3-jegyű szám készíthető, melyeknek számjegyei egymás közt is különböznek?
 - b. 3-jegyű szám készíthető?
 - c. 5-jegyű szám készíthető?
 - d. 7-jegyű szám készíthető?
6. Hány különböző olyan rendszám tábla készíthető az abc 32 betűjének és a 0, 1, ..., 9 számjegyeknek tetszőleges felhasználásával, amelyben
 - a. 3 betűt 3 számjegy követ?
 - b. 2 betűt 4 számjegy követ?
 - c. Melyik szisztémában van több lehetőség? Hányszor több?
7. Hányféleképpen tölthető ki egy totószelvény?
8. Egy 20-fős tankörben
 - a. mindenki mindenkivel kezet fog. Hány kézfogás ez?
 - b. tanulmányi, kulturális és sportfelelőst választanak (ezek különböző személyek). Hányféle választás lehetséges?
 - b. 3 személyt delegálnak a hallgató önkormányzat gyűlésére. Hányféle választás lehetséges?
9. Hány olyan 3-jegyű szám van, melynek jegyei
 - a. csökkenő sorrendben követik egymást?
 - b. (*) növekvő sorrendben követik egymást?
10. Hányféleképpen tölthető ki egy lottószelvény? (*) Adjon algoritmust a különböző számötösök felsorolására!
11. Hányféleképpen lyukasztható ki egy buszjegy, ha
 - a. 3 lyukat ejt a lyukasztó?
 - b. ha tetszőleges (min. 1 és max. 9 számú) lyukat ejt a lyukasztó?

12. Cukrászdában 10 különböző fajta torta van. Hányféleképpen választhatunk
- 3 szelet tortát különböző fajtákból?
 - (*) 3 szelet tortát?
 - (*) 20 szelet tortát?
13. Egy 20-fős tankör (10 fiú, 10 lány) kirándulni megy a János-hegyre. Hányféleképpen
- alakíthatnak párokat, mikor felszállnak a libegőre?
 - alakíthatnak (fiú–lány) táncospárokat, ha a fenti étteremben mindenki táncol?
 - alakíthatnak 4 fős csoportokat, ha 5 erdei asztalhoz leülnek ennivalójukat elfogyasztani?
 - alakíthatnak 4 fős csoportokat, ha az 5 csoport különféle feladatköröket lát el (egyik rőzsét hord, a másik tüzet gyújt, a harmadik főz, stb.).
14. Hányféleképpen olvasható ki a BELFEGOR szó az alábbi elrendezésből, ha a bal felső sarokból a jobb alsó felé haladunk (jobbra vagy lefelé)?

B E L F E

E L F E G

L F E G O

F E G O R

15. Az előbbi feladat alapján: Pascal háromszög, binomiális együtthatók képzési szabálya. Binomiális tétel és az alábbi összefüggések kombinatorikus bizonyítása:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

$$2^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$$

$$0 = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k}$$

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$$

$$\binom{n+m}{k} = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \binom{m}{k-i}$$

16. Egy vetélkedőn 4 informatikus, 5 villamos-, 6 építő- és 7 gépészkáros hallgató vesz részt. Egyik feladat megoldásához hányféleképpen lehet közülük 5 személyt kiválasztani úgy, hogy mind a négy kar képviselve legyen közöttük?
17. (*) Egy DNS-részlet 20 hosszúságú, A,T,C,G jelekből álló sorozat. Hány különböző olyan sorozat létezik, amelyben a négyféle jel mindegyike szerepel legalább egyszer? (Ekvivalens feladat: 20 fős tankör minden tagja egy gombócot eszik A,T,C,G fagyik közül. Hányféleképpen fagyizhatnak, ha mind a négy ízből legalább egy- valaki eszik?)