

## Házi feladat #5

1. A derivált definíciója alapján határozza meg az  $f(x) = \sqrt{x}$  függvény deriváltját  $x > 0$  esetén! Írja fel az érintő egyenes egyenletét  $x = 3$  pontban!
2. Differenciálható az alábbi függvény az  $x = 0$  pontban? (Útmutatás: Használjon bal- és jobboldali deriváltat!)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{ha } x < 0, \\ x & \text{ha } x \geq 0. \end{cases}$$

3. Határozza meg az  $f(x) = |x|^3$  függvény első és második deriváltját tetszőleges  $x$ -re, és mutassa meg, hogy  $f'''(0)$  nem létezik!
4. Keresse meg a függvények első és második deriváltját!

(a)

$$f(x) = \frac{x^2}{1 - x^3}$$

(b)

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3} \quad (\text{Először egyszerűsítsen.})$$

(c)

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

5. Tegyük fel, hogy  $u$  and  $v$  az  $x$  változó differenciálható függvényei az  $x = 0$  pontban és

$$u(0) = 5 \quad u'(0) = -3 \quad v(0) = -1 \quad v'(0) = 2.$$

Keresse meg a következő deriváltakat az  $x = 0$  pontban:

$$(uv)', \quad \left(\frac{u}{v}\right)', \quad \left(\frac{v}{u}\right)', \quad (7v - 2u)'$$

6. Keresse meg az  $y = x^3 + x$  görbe érintőit azokban a pontokban, ahol az érintő meredeksége 4! Mekkora e görbe legkisebb meredeksége? Mely  $x$  értékek esetén ennyi a meredekség?
7. Van az alábbi függvényeknek vízszintes érintője a  $0 \leq x \leq 2\pi$  intervallumban? Ha igen, hol? Ha nem, miért nem?

(a)  $y = x + \sin x$     (b)  $y = 2x + \sin x$

8. Ha egy hengerben lévő gáz hőmérséklete állandó  $T$ , akkor a  $p$  nyomás és a  $V$  térfogat kapcsolatát a következő képlet adja meg:

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2},$$

ahol  $a$ ,  $b$ ,  $n$  és  $R$  állandók. Keresse meg  $dp/dV$  értékét!

9. (Határhaszon a közgazdaságtanban) Tegyük fel, hogy ha egy kis cég  $x$  darab egyedi íróasztalt gyárt le egy héten, akkor az összprofitja ebből

$$r(x) = 100000 \left( 1 - \frac{1}{x+1} \right)$$

forint.

- (a) Keresse meg az utolsónak legyártott íróasztalból származó profitot (az úgynevezett „határhasznot”), ha  $x$  darab íróasztalt gyártanak egy héten!
- (b) Az  $r'(x)$  deriválttal adjon becslést arra, hogy mennyivel nő a profit, ha egy héten 5 íróasztal helyett 6 darabot gyártanak!
- (c) Keresse meg  $r'(x)$  határértékét, ha  $x \rightarrow \infty$ ! Hogyan értelmezhetjük ezt a számot?