

## Házi feladat #9

1. Keresse meg az alábbi függvények összes primitív függvényét (antideriváltját)! (Útm.: először egyszerűsítsen algebrailag, ha szükséges.)

$$(a) \frac{1}{3}x^{-2/3} \quad (b) \pi \sin(\pi x) \quad (c) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \quad (d) (\sin x - \cos x)^2$$

2. Primitív függvény segítségével határozza meg az alábbi görbék alatti területet a megadott intervallumokon!

$$(a) y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2;$$

$$(b) y = x^3 - 3x^2 + 4, \quad -1 \leq x \leq 2;$$

$$(c) y = (\cos x)^{-2}, \quad -\pi/4 \leq x \leq \pi/3.$$

3. Az alábbi integrálokat számítsa ki elemi módszerrel, mint síkidomok területét!

$$(a) \int_{-1}^1 (1 - |x|) dx \quad (b) \int_{-1}^1 (1 + \sqrt{1 - x^2}) dx$$

4. Számítsa ki az alábbi integrálokat!

$$(a) \int_4^9 \frac{1 - \sqrt{u}}{\sqrt{u}} du \quad (b) \int_0^{\pi/3} 4 \frac{\tan x}{\cos x} dx \quad (c) \int 2 \sin^2 x dx$$

$$(d) \int_0^{\pi} \sin x \cos x dx \quad (e) \int \sin(2x + 5) dx \quad (f) \int \frac{9x^2}{\sqrt{1 - x^3}} dx$$

$$(g) \int_{\pi^2/4}^{\pi^2} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad (h) \int_0^{\pi} \frac{8 \sin t}{\sqrt{5 - 4 \cos t}} dt \quad (j) \int_4^5 \frac{x + 1}{x^2 - 4x + 3} dx$$

5. Számítsa ki az alábbi integrálokat!

$$(a) \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx \quad (b) \int_0^1 x e^{-x^2} dx \quad (c) \int_{-1}^1 \frac{e^x}{1 + e^x} dx \quad (d) \int_0^{\pi/4} \tan x dx$$

$$(e) \int x e^x dx \quad (f) \int x \sin x dx \quad (g) \int \ln x dx \quad (h) \int_e^{e^2} x \ln x dx$$

6. Határoza meg az alábbi függvények deriváltjait, az integrálok kiszámítása nélkül! (Útm.: a (b) és (c) feladatoknál használjon lánc-szabályt.)

$$(a) f(x) = \int_0^x \sqrt{1 + t^2} dt \quad (b) f(x) = \int_1^{\sin x} 3t^2 dt \quad (c) f(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \sin(t^2) dt$$