

Név:

Neptun kód:

1	2	3	4	5	6	7	Σ
<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>

1. a) (5 pont) Mit tudsz egy valós együtthatós polinom komplex gyökeiről?
 b) (10 pont) Ábrázold a komplex számsíkon a következő halmazt:

$$\{z \in \mathbb{C} \mid (\operatorname{Im} z)^2 > \operatorname{Re} z, \operatorname{Re} z \leq 1\}$$
2. a) (5 pont) Mit tudsz monoton sorozatok konvergenciájáról?
 b) (10 pont) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 - 2n^3} - n^2}{2n} = ?$
3. a) (5 pont) Mikor nevezünk egy halmazt nyíltnak, illetve zártnak? Mutass példát mindkettőre!
 b) (10 pont) Mely pontokban folytonos az $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{ha } x \in \mathbb{Q} \\ 1 & \text{ha } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ függvény?
4. a) (5 pont) Mit nevezünk egy függvény inverzének? Határozd meg az $(x - 2)^3 + 1$ függvény inverzét!
 b) (10 pont) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1) \cos x + \sin(x - 1)}{\ln(x^3) + x - 1} = ?$
5. a) (5 pont) Milyen f -re való következtetéseket lehet levonni f' és f'' előjeléből?
 b) (10 pont) Roland elhatározza, hogy kifesti a szobáját. Persze ehhez előbb a bútorokat többé-kevésbé össze kell tologatnia, hogy mindenütt hozzáférjen a falhoz. Roland tudja, hogy ha t órát fordít a bútorok összetologatására, akkor a festéssel $10(1 + 1/t)$ óra alatt végez, viszont a festés után megint t órát vesz igénybe a bútorok eredeti helyzetbe való állítása. Hogyan kell t értékét megválasztania, hogy a lehető leghamarabb legyen kész?
6. a) (5 pont) Mi a parciális integrálás?
 b) (10 pont) $\int \frac{x^3}{x^2 + x - 2} dx = ?$
7. a) (5 pont) Bizonyítsd be, hogy ha $f(x) \geq 0$ az $[a, b]$ intervallumon, és f Riemann-integrálható, akkor $\int_a^b f(x) dx \geq 0$.
 b) (10 pont) Adj meg olyan α és β valós számot, amelyre $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = 100$.

Emlékeztető

- Segédeszközként csak számológép használható. A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.
- A feladatok tetszőleges sorrendben megoldhatóak, de a különböző feladatokra adott megoldásokat különítsétek el egy hosszú vízszintes vonallal, vagy minden feladatok kezdjete külön oldalon! A megoldásnál a megoldott feladat sorszámát is tüntessétek fel!