

Név: .....

Neptun kód: .....

1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$

1. a) (5 pont) Mit tudsz egy komplex szám  $n$ . gyökeiről?  
 b) (10 pont) Ábrázold a komplex számsíkon a következő halmzt:  
 $\{z \in \mathbb{C} \mid 2 \operatorname{Im} z + \operatorname{Re} z > 2, |z| \leq 1\}$
2. a) (5 pont) Létezik olyan sorozat, amelynek nincs torlódási pontja?  
 b) (10 pont)  $\lim \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^{(n-1)^2} = ?$
3. a) (5 pont) Mikor mondjuk, hogy egy függvény folytonos? Mutass példát folytonos, illetve nem folytonos függvényekre!  
 b) (10 pont) Legyen  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ . A határérték definícióját ellenőrizve mutasd meg, hogy  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ .
4. a) (5 pont) Hogyan lehet felírni egy differenciálható függvény grafikonját érintő egyenes egyenletét?  
 b) (10 pont) Határozd meg  $\alpha$  és  $\beta$  összes olyan értékét, amelyre az  

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + \alpha & \text{ha } x \geq 0 \\ \beta \cos x & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$
 függvény differenciálható!
5. a) (5 pont) Mondd ki a l'Hospital szabályt!  
 b) (10 pont) Joe 300 forint/liter áron veszi a bort, majd minden liter bor  $x$ -ed részét vízzel helyettesíti. Az így kapott italt bor néven 1000 forint/literes áron árulja a kocsmájában. Azt veszi észre, hogy ekkor átlagosan  $100(1-x)^2$  litert tud naponta eladni. Hogyan kell megválasztania  $x$  értékét, hogy a haszna a lehető legnagyobb legyen?
6. a) (5 pont) Hogyan lehet határozatlan integrált helyettesítéssel kiszámolni?  
 b) (10 pont)  $\int x^2 \cos x \, dx = ?$
7. a) (5 pont) Definiáld a Riemann integrál fogalmát!  
 b) (10 pont)  $\int_0^4 [x]x^2 \, dx = ?$  ( $[x]$  az  $x$  valós szám egészrészét jelöli.)

### Emlékeztető

- Segédeszközként csak számológép használható. A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.
- A feladatok tetszőleges sorrendben megoldhatóak, de a különböző feladatokra adott megoldásokat különítsétek el egy hosszú vízszintes vonallal, vagy minden feladatok kezdjete külön oldalon! A megoldásnál a megoldott feladat sorszámát is tüntessétek fel!