

1. házi feladat, Analízis 3.

1. Írjuk fel az alábbi függvényt $f = u+iv$ alakban és ellenőrizzük a Cauchy-Riemann egyenleteket!

$$f(z) = e^{-\frac{1}{z^2}}, \text{ ha } z \neq 0$$

$$f(0) = 0$$

2. Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

- a) $\int_{-1}^1 |z|\bar{z} dz$ (felső félköríven) b) $\int_G e^{i\bar{z}} dz$ (G a 0,1,i töröttszakasz)
- c) $\int_{\{|z|=2, y \geq 0\}} z \sin z \cos z dz$ d) $\int_{\{y=2x^2, x \in [0,1]\}} \operatorname{Re}(z + z^2) dz$

3. Lehet-e az alábbi u függvény egy f reguláris függvény valós része? Ha igen, számítsuk ki $f'(z)$ -t!

$$u(x, y) = e^{-2xy} \cos(x^2 - y^2)$$

4. Legyen n egy pozitív egész szám. Számítsuk ki az

$$\int_{|z|=1} \left(z - \frac{1}{z}\right)^n \frac{dz}{z}$$

integrált. A $z \rightarrow e^{it}$ helyettesítést alkalmazva számítsuk ki az

$$\int_0^{2\pi} \sin^n x dx$$

5. Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

- a) $\int_{|z|=1} \frac{\log z}{z} dz$ b) $\int_{|z|=1} \frac{\sin z}{z} dz$ c) $\int_{|z|=1} \frac{e^{iz}}{(2z-1)^2(z-2i)} dz$ d) $\int_{|z-i|+|z+i|=3} \frac{\operatorname{sh}(z)}{z^5 - z^4 - z + 1} dz$

Beadási határidő: szeptember 30.