

1. Határozza meg $P(AB)$, $P(\overline{AB})$, $P(\overline{A} + \overline{B})$ és $P(B\overline{A})$ értékét, ha $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A + B) = \frac{3}{4}$ és $P(\overline{B}) = \frac{5}{8}$.

2. Egy évfolyam hallgatóinak 25%-a matematikából, 15%-a fizikából és 10%-a matematikából és fizikából jelesre vizsgázott. Mi a valószínűsége annak, hogy egy találmásra kiválasztott hallgató osztályzata

- (a) matematikából jeles, ha fizikából jeles;
- (b) fizikából jeles, ha matematikából jeles;
- (c) legalább az egyik tárgyból jeles?

3. Egy hallgató 0.9 valószínűséggel látogatja a statisztika gyakorlatot. Ha bejött az egyetemre, akkor egyenlő valószínűséggel vehet részt három párhuzamosan tartott gyakorlat valamelyikén. Mi a valószínűsége, hogy a harmadik teremben megtaláljuk, ha az első kettőben nem volt jelen?

4. Bizonyítsuk be, hogy ha $P(A) = 0.7$ és $P(B) = 0.8$, akkor $P(A|B) \geq 0.675$.

5. Egy kockát kétszer feldobnak.

- (a) Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 7 lesz?
- (b) Ha az első dobás eredményéül páros szám adódik, mi a valószínűsége, hogy a két dobás összege 7 lesz?
- (c) Melyik valószínűség a nagyobb? Mondjunk ellenkező példát feltételes valószínűségre!

6. Vegyszerrel szűnyogirtást végeznek. Az első permetezés után a szűnyogok 80%-a elpusztul, de az életben maradtakban annyi ellenálló-képesség fejlődik ki, hogy a második permetezéskor már csak az életben maradt szűnyogok 40%-a pusztul el, a harmadik irtáskor pedig csak 20%-uk. Mi a valószínűsége annak, hogy egy szűnyog túléli mindhárom permetezést?

7. Két dobozban golyók vannak. Az egyikben 5 fehér és 4 piros, a másikban 5 piros és 7 fehér. Az egyik dobozból kivesszünk két golyót. Feltételezve, hogy a két doboz közül egyenlő valószínűséggel választunk, mennyi a valószínűsége annak, hogy

- 1. mindkét golyó fehér színű lesz?
- 2. a kihúzott két golyó közül legalább az egyik fehér lesz?

8. Három gép csavarokat gyárt. A gépek rendre a termelés 25, 35, illetve 40%-át szolgáltatják. Az első gép 5% selejttel dolgozik, a második 4%-kal, a harmadik pedig 2%-kal. Az össztermékből kiválasztunk egy csavart. Mennyi a valószínűsége, hogy a csavar selejtes?

9. Legyen $0 < p < 1$ és $q = 1 - p$. Alkothatnak-e a $q, pq, p^2q, \dots, p^{k-1}q, \dots$ számok valószínűség-eloszlást?

10. Két kockával dobunk. A dobott számok összege valószínűségi változó. Határozzuk meg e valószínűségi változó valószínűség-eloszlását. Írjuk fel ennek eloszlásfüggvényét is, és ábrázoljuk.

11. Legyen az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq -1 \\ \frac{1}{4}, & \text{ha } -1 < x \leq 0, \\ \frac{1}{3}, & \text{ha } 0 < x \leq 1, \\ \frac{5}{6}, & \text{ha } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{ha } 2 < x. \end{cases}$$

Adjuk meg X valószínűség-eloszlását, és határozzuk meg a következő valószínűségeket: (a) $P(X < 0.5)$, (b) $P(-0.5 \leq X \leq 1)$, (c) $P(X \geq 1)$, (d) $P(0 < X < 2)$.

12. A ξ valószínűségi változó valószínűség-eloszlása a következő:

| | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $P(\xi = x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{2}$ |

(a) Adja meg ξ eloszlásfüggvényét. (b) Adja meg az $\eta = \xi^2 - 2\xi + 3$ valószínűségi változó valószínűség-eloszlását, eloszlásfüggvényét!