A3c **5. Gyakorlat**

Folytonos eloszlások

Egyenletes eloszlás

(1.) Egy ξ valószínűségi változó, amely egy *A* esemény bekövetkezésének időpontját jelenti, egyenletes eloszlású a (0, *b*) intervallumon, ahol $b > 1$. Tudjuk, hogy $P(0 < x \le 1) = 3/4$. Írjuk fel ξ eloszlás- és sűrűségfüggvényét. Számítsuk ki várható értékét és szórását.

(2.)Egy levél érkezése egy adott időszakban folytonos egyenletes eloszlás szerint várható. Általában március 17-én szokott érkezni, 1 nap átlagos ingadozással. Mi a valószínűsége, hogy a levél március 16. és 22. között érkezik?

(3.) Mekkora valószínűséggel vesz fel egy, a ($-\sqrt{3}, \sqrt{3}$) intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó olyan értéket, amely a várható értékétől a szórásánál nagyobb értékkel tér el?

(4.) Valaki egy sürgős telefonhívást vár. A hívás időpontja egy reggel 8 órakor kezdődő, ismeretlen hosszúságú intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó. A hívást váró fél tudja, hogy a hívás 80% valószínűséggel 8 és 10 óra között befut.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a hívás 9.30 és 10 között érkezik?

b) A hívás 9.30-ig nem jött be. Mennyi a valószínűsége, hogy 9.30 és 10 között még befut?

Exponenciális eloszlás

(5.) Egy bizonyos típusú televíziós képcső élettartama exponenciális eloszlást követ 5000 óra várható értékkel. Ha a mi televíziónkat már 6000 órát működtettük, mennyi a valószínűsége, hogy fog még 1000 órát működni?

(6.) Bizonyos típusú izzólámpák tönkremeneteléig eltelt használati időtartam hosszát tekintsük ξ valószínűségi változónak. ξ exponenciális eloszlású, szórása 1000 óra. Határozzuk meg ξ várható értékét, írjuk fel a sűrűség- és eloszlásfüggvényét. Mennyi a valószínűsége, hogy egy kiválasztott izzólámpa 3000 órán belül még nem megy tönkre?

(7.) Egy szerkezet élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető 1200 óra várható értékkel. A szerkezet használói a szerkezetet átlagosan napi egy órán át üzemeltetik. Milyen hosszú garanciaidőt adjon a gyártó cég, ha az eladott szerkezetek legfeljebb 5%-át akarja cserélni?

(8.) Mutassuk meg, hogy ha valamilyen jelenség bekövetkezéseinek száma λ paraméterű Poisson-eloszlású, akkor a jelenség két egymás utáni bekövetkezése között eltelt időtartam exponenciális eloszlású, ugyancsak λ paraméterrel.

(9.) Egy üzletbe a vevők Poisson-eloszlás szerint érkeznek, átlagosan 30 vevő óránként. Mennyi a valószínűsége, hogy két, egymás után érkező vevő érkezési ideje között eltelt idő a) 2 percnél több b) 3 percnél kevesebb c) 1 és 3 perc közé esik?

Normális eloszlás

(10.) Egy fafeldolgozó telepen deszkákat készítenek. Ezek hossza normális eloszlású. $m = 400$ cm várható értékkel és $\sigma = 3$ cm szórással.

a) A deszkák hány százaléka lesz 398 cm-nél hosszabb és 401 cm-nél rövidebb?

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a deszkák hossza 400 cm-től legfeljebb 2.5 cm-rel tér el?

(11.) Legyen ξ normális eloszlású valószínűségi változó $m = 3$, $\sigma = 2$ paraméterekkel. Mekkora legyen az *A* szám, ha azt akarjuk, hogy a ξ legalább ½ valószínűséggel a (2, A) intervallumba essen?

(12.) Egy útkereszteződésnél az átlagos zajszint 45dB. 100 mérés közül kb. tízszer fordul elő, hogy 50 dB fölé emelkedik a zajszint. Milyen gyakran fordul elő, hogy 37 dB alá süllyed a zajszint? Feltételezzük, hogy a zajszint normális eloszlású.

(13.) Egy céghez a naponta beérkező - meglehetősen nagyszámú - megrendelések ξ száma a tapasztalatok szerint közelítőleg normális eloszlású, $\sigma = 10$ szórással. Mekkora a megrendelések várható száma, ha $P(x < 20) = 0.1$?

(14.) Üzemben egy folyékony termék töltését két automata végzi. Az üvegekbe töltött mennyiség átlagosan 2 dl és normális eloszlású mindkét gép esetében. A betöltött mennyiség szórása az első gépnél 0.14 dl, a másodiknál pedig 0.08 dl. Az üvegek 60%-át az első gép tölti, a többit a második. Mi a valószínűsége, hogy egy üveget véletlenszerűen kiválasztva a napi készletből, abban a betöltött folyadék mennyisége a várható értéktől 0.1 dl-nél kevesebbel tér el?