A3c (2012/13 ősz) 6. gyakorlat

(1.) Hányszor kell egy szabályos kockát feldobnunk, hogy a 6-os dobás valószínűségét az esemény relatív gyakorisága legalább 0.8 valószínűséggel 0.1-nél kisebb hibával megközelítse?

(2.) A gyártmányok 10%-a hibás. A minőségi ellenőrzés csak akkor találja elfogadhatónak a tételt, ha ebben legfeljebb 12% a hibás. Mekkora legyen a tételben a gyártmányok darabszáma, hogy a hibás áruk relatív gyakorisága a megfelelő valószínűségtől legalább 0.95 valószínűséggel ne térjen el 0.02-nél nagyobb értékkel?

(3.) Egy célpontra 200 lövést adnak le. A találat valószínűsége minden lövésnél 0.4. a) Milyen határok közé fog esni 90% valószínűséggel a találatok száma? b) Oldjuk meg a feladatot a nagy számok törvénye alapján és a Moivre-Laplace-tétellel is. Hasonlítsuk össze az eredményeket.

(4.) Egy szövőgép 500 szállal dolgozik. Annak a valószínűsége, hogy egy szál meghatározott időtartam alatt elszakad: 0.008minden szálra. Határozzuk meg, hogy 0.95 valószínűséggel milyen határok között várható a szálszakadások száma az adott időtartam alatt.

(5.) Meg akarjuk határozni, hogy egy automata milyen selejtaránnyal dolgozik. 1000 terméket megvizsgálva 20 selejtest találtunk köztük. Milyen értékek közé esik az ismeretlen *p* valószínűség 90%-os biztonsággal?

(6.) Valamely társadalmi rétegben meg akarjuk határozni a dohányosok arányát. Hány embert kell megkérdezni ahhoz, hogy az így adódó arány a valódi aránytól 0.9 valószínűséggel legfeljebb 5%-kal térjen el?

(7.) Becsüljük meg normális eloszlás segítségével a következő összeget: $\sum_{k=680}^{k=720}\binom{1000}{k}0{,}7^k 0{,}3^{1000-k}$

(8.) Egy nagy népességben az emberek 20%-a balkezes. Ha a népességből nagyszámú mintát (*n* = 10 000) vizsgálunk, mi annak a valószínűsége, hogy a) legalább 2100 ember balkezes b) legalább 1960, de nem több, mint 2040 ember balkezes?

(9.) Egy párt választási győzelmének esélye *p*. A közvélemény-kutatók ezt az ismeretlen *p* paramétert az összesmegkérdezett lakos közül a pártot választók számának és az összes megkérdezett számának arányával becsülik. Mekkorának kell lennie a megkérdezettek számának ahhoz, hogy 95%-os biztonsággal lehessen állítani, hogy a becsült valószínűség *p*-től legfeljebb 0.01-dal tér el? Oldjuk meg a feladatot a nagy számok törvénye alapján és a Moivre-Laplace-tétellel is.

(10.) Két kockával dobunk. Jelentse X az egyiken, Y a másikon dobott számot. Írjuk fel a (X,Y) kétdimenziós valószínűségi változó eloszlását és eloszlásfüggvényét.

(11.) A sík következő koordinátájú pontjaiból kaphatunk rádióüzeneteket, a megadott valószínűségekkel.

X\Y	0	0.5	4
-1	1/12	1/12	1/6
2	1/6	1/6	1/3

Adjuk meg a koordináták eloszlását. Függetlenek-e a koordináták?

(12.) Egy dobozban 30 darab 40 wattos, 30 darab 60 wattos és 40 darab 100 wattos villanykörte van. Kiveszünk véletlenszerűen, visszatevés nélkül 20 villanykörtét. Jelentse ξ a mintában szereplő 40 wattos égők számát, η pedig a 60 wattos égők számát. Írjuk fel a (ξ,η) kétdimenziós valószínűségi változó valószínűség-eloszlását. Számítsuk ki ξ peremeloszlását.

(13.) Legyen a ξ és η valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$f_{\xi,\eta}(x,y)=\begin{cases}\frac{6}{7}(x^2+\frac{xy}{2}), & \text{ha} \quad 0<x<1 \quad \text{és}\, 0<y<2\\ 0 & \text{különben}\end{cases}$$

Mutassuk meg, hogy ez valóban sűrűségfüggvény. Írjuk fel együttes eloszlásfüggvényüket és perem-sűrűségfüggvényeiket. Adjuk meg a $P(\xi>0.5,\eta<1)$ valószínűséget. Függetlenek-e a valószínűségi változók?

(14.) Határozzuk meg, az *A* milyen értéke mellett lehet az $f(x,y)=x^2+Ay^2$ függvény a (0 < *x* < 1, 0 < *y* < 2) tartományban egy kétdimenziós valószínűségi változó sűrűségfüggvénye. Írjuk fel a perem sűrűségfüggvényeket.