

Numerikus analízis gyakorlat

Első hét

2018.09.05.

1. Mit kapunk a szokásos dupla pontosságú lebegőpontos számrendszerben a $(2^{53} + 1) - (2^{53})$ műveletet elvégezve (kettes számrendszer, 52 bites mantissza, 11 bites karakterisztika, 1 előjelbit)?
2. Mi a legkisebb ábrázolható pozitív szám a dupla pontosságú lebegőpontos számrendszerben? Mi az legkisebb, 1-nél nagyobb ábrázolható szám ugyanezen számrendszerben (a kettő közötti távolságot nevezzük gépi pontosságnak)?
3. Tekintsük azokat a lebegőpontos számokat, melyek 10-es alapúak, a mantissza hossza 3 és a karakterisztika -6 és 7 között változhat! Melyik a legnagyobb ábrázolható szám? Melyik a legkisebb pozitív egész szám, ami nem ábrázolható ebben a számrendszerben?
4. Lássuk be, hogy a $x = 0.1$ tízes számrendszerbeli szám kettes számrendszerbeli alakja a 0.0001100 szakaszos tizedes tört, ahol az utolsó négy számjegy ismétlődik.
Ezután számítsuk ki az $(x - fl(x))/x$ relatív hiba értékét ha $fl(x)$ az x szám szimpla pontosságú lebegőpontos képe (32 biten tároljuk a számokat: 1 előjelbit, 8 bit a karakterisztika és 23 bit a mantissza)!
5. Keressük meg azon pontok halmazát a síkon, melyek távolsága az origótól kisebb mint 1
 - a, 1 normában
 - b, 2 normában
 - c, sup-normában.

*Igaz-e, hogy a egy rögzített \mathbb{R}^n -beli vektor p -normája $1 \leq p \leq \infty$ esetén monoton p -ben?
6. Igazoljuk az 1-es és 2-es vektornorma ekvivalenciáját definíció alapján!
7. Igaz-e, hogy a p -norma definíciója $p = \frac{1}{2}$ -re is normát ad?
8. Bizonyítsuk be, hogy a sup-norma valóban a p -normák $p \rightarrow \infty$ limesze, majd számítsuk ki, hogy milyen mátrixnormát indukál.
9. Igazoljuk, hogy a

$$\|\mathbf{A}\| = \max_{i,j} \{|a_{i,j}|\}$$

képlettel definiált leképezés tényleg egy mátrixnormát definiál, amely azonban nem származtatható semmilyen vektornormából.