

Numerikus analízis gyakorlat

Kilencedik hét

2018.10.31.

1. Van-e olyan legfeljebb hatodfokú polinom, amely 0-t vesz fel az $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ pontokban továbbá a 6-ban 3-t? Ha igen számítsuk ki, ha nincs indokoljuk meg hogy miért nincs! Van-e olyan legfeljebb hatodfokú polinom, amely ezen feltételeken kívül még 7-ben 21-t vesz fel?
2. Tegyük fel, hogy az $-2, -1, 0, 1, 2$ alappontokon rendre a $-5, -1, 1, 1, -1$ függvényértékeket mértük. Számítsuk ki az ezen pontokra illeszkedő interpolációs polinomot! Tegyük fel, hogy mértük még az $x = 3$ pontban is és -5 -t kaptunk. Mi lesz az új, hat pontra illeszkedő polinom?
3. Tegyük fel, hogy az alappontrendszer szimmetrikus 0-ra, azaz ha x_i alappont, akkor $-x_i$ is az. Igaz-e, hogy ha a mért értékekre x_i -ben és $-x_i$ -ben megegyeznek minden i -re, akkor az interpoláló polinom is páros?
4. Igaz-e, hogy ha a mért értékek monoton nőnek, akkor az interpoláló polinom is monoton nő?
5. Igazoljuk, hogy a $T_n(x) = \cos(n \arccos(x))$ tényleg polinomot definiál! (Segítség: igazoljuk, hogy kielégítik az $T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$ rekurziót!)
6. A $-x^3$ függvényt interpoláljuk a $[-1, 1]$ intervallumon a 3 Csebisev-alapponton. Írjuk fel az interpoláló polinomot, majd bizonyítsuk be, hogy a hiba a teljes intervallumon legfeljebb 0.25!