

# Numerikus analízis gyakorlat

Tizedik hét

2018.11.07.

1. Határozzuk meg az  $\frac{1}{x}$  függvényre az  $[x_0, x_1, \dots, x_n]$   $f$   $n$ -edrendű osztott differenciát!
2. Határozzuk meg az  $(1, 0)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 1)$  pontokon átmenő legalacsonyabb fokú olyan  $p(x)$  polinomot, melynek deriváltja mindhárom pontban 1!
3. Adjuk meg az alábbi pontokat interpoláló trigonometrikus polinomot:  $f(x_k) = 0$  ha  $x_k = 0, \pi/3, \pi, 4\pi/3, 5\pi/3$  továbbá  $f(2\pi/3) = 1$ .
4. Melyik az az elsőfokú trigonometrikus polinom, amelyik legkisebb négyzetek értelemben a legjobban közelíti a  $(0, 0)$ ,  $(\pi/3, 1)$ ,  $(2\pi/3, 2)$ ,  $(\pi, 3)$ ,  $(4\pi/3, 4)$ ,  $(5\pi/3, 5)$  pontokat?
5. Tegyük fel, hogy  $f(0.9) = -0.1$ ,  $f(1) = 0$ ,  $f(1.1) = 0.095$ . Becsüljük meg  $f'(1)$  értékét a haladó, a retrográd illetve a központi differencia segítségével. Mennyi lehet az elkövetett hiba legfeljebb, ha ismert, hogy  $\|f''\|_\infty \leq 1.3$  illetve  $\|f'''\|_\infty \leq 2.2$  a  $[0.9, 1.1]$ -en?
6. Az  $f'(x)$  közelítésére az

$$f'(x) \simeq \frac{4f(x+3h) + 5f(x) - 9f(x-2h)}{30h}$$

numerikus formulát használjuk. Mennyi lesz a közelítés rendje (mit kell feltennünk  $f$  simaságáról ehhez)? Mi lenne ezen közelítés alapján  $f(x) = x + x^4$ -re  $f'(0)$  a  $h = 0.1$ -re?