

Numerikus analízis gyakorlat

Tizenegyedik hét

2018.11.15.

1. Ismert, hogy $f(0.9) = -0.1$, $f(1) = 0$, $f(1.1) = 0.095$. Adjunk becslést $\int_{0.9}^{1.1} f(x)dx$ értékére a trapéz-szabály segítségével. Mekkora lehet legfeljebb az elkövetett hiba, ha ismert, hogy $\|f''(x)\|_{\text{sup}} < 1.3$? És ha érintő formulával közelítjük?
2. Közelítsük az $\int_1^{1.5} x^2 \ln(x)dx$ értékét Simpson-formulával. A hibabecslés segítségével adjunk meg olyan intervallumot, amelybe a pontos integrál értéke beleesik.
3. Az $\int_0^1 x^3 - x + 1dx$ integrál értékét közelítsük az összetett trapéz formula segítségével, 3 ekvidisztans intervallumra osztva a $[0, 1]$ -et. Mekkora lehet a hiba értéke legfeljebb?
4. Az $I = \int_0^1 \exp(-x^2)dx$ integrál értékére összetett trapéz formulát használva 8 ekvidisztans intervallumon 0.74586561-t kaptunk. Számítsuk ki 4 ekvidisztans intervallumra összetett trapézformulával az integrál közelítő értékét, majd a Romberg-módszert alkalmazva adjunk pontosabb becslés I-re.
5. Igazoljuk, hogy ha n ekvidisztans intervallumra összetett trapézformulával közelítjük egy integrál értékét, majd alkalmazzuk a Romberg-módszert $2n$ intervallumra (amely ezen n intervallum ekvidisztans finomítása), akkor az összetett Simpson formulát (n ekvidisztans intervallumon) kapjuk az integrál közelítő értékére.