Numerikus analízis gyakorlat

Tizenkettedik hét

2018.11.22.

1. Igazoljuk, hogy ha n ekvidisztans intervallumra összetett trapézformulával közelítjük egy integrál értékét, majd alkalmazzuk a Romberg-módszert $2n$ intervallumra (amely ezen n intervallum ekvidisztans finomítása), akkor az összetett Simpson formulát (n ekvidisztans intervallumon) kapjuk az integrál közelítő értékére.

2. Tekintsük a $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ integrál közelítésére az $I_2 = a_1 f(1) + a_2 f(2) + a_3 f(4)$ kvadratúra-képletet. Határozzuk meg az a_1, a_2, a_3 együtthatókat úgy, hogy a képlet minden legfeljebb másodfokú polinomra pontos legyen!

3. Készítsük el a három pontra illeszkedő Gauss-Legendre kvadratúrát! Milyen fokú polinomokra lesz pontos? A kvadratúra segítségével adjunk közelítést az $\int\limits_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x$ értékekére!

4. Tekintsük az $y'(x) = 1 - 10y(x)$, $y(0) = 0$ kezdeti érték feladatot. Adjuk meg a megoldás közelítő értékét 2-ben 0.5-ös osztásközre explicit Euler módszerrel.

5. Az explicit Euler-módszerrel megoldva az $y'(x) = \arctan(y)$, $y(0) = 1$ kezdeti érték feladatot mekkorára válasszuk a h lépésközt, hogy a $[0, 1]$ intervallumon a rácspontokban a globális hiba kisebb legyen, mint 10^{-4}?