

Numerikus analízis gyakorlat

Tizenharmadik hét

2018.11.28.

1. Tekintsük az $\dot{y}(t) = 1 - 10y(t)$, $y(0) = 0$ kezdeti érték feladatot. Adjuk meg a megoldás közelítő értékét $t = 2$ -ben $h = 0.5$ -ös osztásközre

a, explicit Euler

b, implicit Euler

c, Crank–Nicolson

módszer használata esetén. Milyen lépésközt kell választani, hogy a numerikus közelítő megoldás $t_n \rightarrow \infty$ esetén $\frac{1}{10}$ -hoz tartson?

2. Az explicit Euler-módszerrel megoldva az $\dot{y}(t) = \arctan(y(t))$, $y(0) = 1$ kezdeti érték feladatot mekkorára válasszuk a h lépésközt, hogy a $[0, 1]$ intervallumon a rácspontokban a globális hiba kisebb legyen, mint 10^{-4} ?

3. Írjuk fel a Butcher-tábla alapján az alábbi harmadrendű Runge-Kutta módszer képletét!

$$\left[\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ \hline & 1/6 & 2/3 & 1/6 \end{array} \right]$$

4. Írjuk fel az alábbi Runge-Kutta módszer Butcher-tábláját! Hányadrendű lehet a konvergencia?

$$y_{n+1} = y_n + h \left(\frac{1}{4} f(t_n, y_n) + \frac{3}{4} f \left(t_n + \frac{2}{3} h, y_n + \frac{2}{3} h f(t_n, y_n) \right) \right)$$