

Név: \_\_\_\_\_

Neptun kód:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\Sigma$

1. Adja meg az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 8 & 0 \\ 0 & 3/5 \end{bmatrix}$$

mátrix egy QR-felbontását!

2. Az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

mátrix  $-1$ -hez legközelebb eső sajátértékét szeretnénk megkeresni iteráció segítségével. Javasoljon a feladat végrehajtására egy alkalmas iterációt és hajtson végre vele két lépést az  $x_0 = [3; -4]$  vektorról indulva, majd adjon becslést a keresett sajátértékre és a hozzá tartozó sajátvektorra a Rayleigh-hányados segítségével.

3. Mutassa meg, hogy az  $x_{k+1} = 1/(1 + x_k^2)$  iterációt a  $[0.64, 0.75]$  intervallum bármely pontjáról indítva az az  $x^3 + x - 1 = 0$  egyenlet egyetlen  $x^*$  megoldásához tart! Mekkora-nak kell lennie  $k$ -nak ahhoz, hogy az  $x_0 = 0.75$  értékről indítva a sorozatot,  $x_k$  már  $10^{-4}$ -nál jobban megközelítse az  $x^*$  határértékét?

4. Az  $f(x) = \arcsin(x)$  függvényt interpoláljuk a  $[-1, 1]$  intervallumon három Csebisev-alappontot használva. Írja fel az interpolációs polinomot! Adjon becslést az interpolációs hibára a  $[-0.5, 0.5]$  intervallumon!

5. Az  $f(x)$  függvény hányadik deriváltját közelíti és milyen rendben a

$$D(h) = \frac{f(x_0 + 2h) - 2f(x_0) + f(x_0 - 2h)}{4h^2}$$

formula? Mit kell feltennie  $f$  simaságáról ehhez?

6. Az  $\int_0^1 \ln(3x + 1) dx$  integrált szeretnénk meghatározni. Hány részre kellene osztani ekvidisztans módon a  $[0, 1]$  intervallumot ahhoz, hogy az összetett trapézformulával számolt közelítő integrálérték  $10^{-4}$ -nál jobban megközelítse a pontos értéket? Adja meg a közelítő integrál értékét három részintervallum esetén!