

2019 április 17.
Munkaidő: 90 perc

PRÓBA ZÁRTHELYI

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Név: _____

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

1. Az $a = 0.001$ választás mellett $A = 1 - \frac{1}{1-2a}$ értéke -0.002004008016 . Határozzuk meg A értékét egy tízes számrendszerű, hatjegyű mantisszás lebegőpontos számokat használó számítógépen! Javasoljunk numerikus szempontból jobb számolást A -ra és végezzük el úgy is a számolásokat!
2. Igazoljuk, hogy a Frobenius-norma, azaz $\|A\|_F = \sqrt{\text{tr}(A^T A)}$ egy szubmultiplikatív mátrixnormát definiál, amely azonban nem származtatható semmilyen vektornormából!
3. Végezzen el két lépést inverz hatványiterációval a \mathbf{B} mátrix 3-hoz legközelebbi sajátértékének meghatározására az $[1, 0]$ kezdővektorból indítva, majd a második lépés után Rayleigh-hányados segítségével adjon becslést a keresett sajátértékre.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

4. Határozza meg a $[-1, 1]$ intervallumon a 3 Csebisev alapponthoz tartozó mindhárom alappolinomot. Mi lenne ezek segítségével az x^4 függvényt ezen három alapponton interpoláló polinom? És az x^2 függvényt?
5. Az $f'(x)$ közelítésére az

$$f'(x) \simeq \frac{f(x+3h) + 2f(x) - 3f(x-h)}{6h}$$

numerikus formulát használjuk. Mennyi lesz a közelítés rendje (mit kell feltennünk f simaságáról ehhez)? Mi lenne ezen közelítés alapján $f(x) = x^2 + 1$ esetén $f'(0)$ közelítése a $h = 0.3$ -re? Mennyi lehet a közelítés hibája legfeljebb?