

2.zárthelyi

"minta"

Valószínűesszámitás és statisztika programtervező informatikusoknak, 2015 ősz

A felhasználható idő: 90 perc. A dolgozatra legfeljebb 100 pont szerezhető. Ha valaki nem ér el 40 pontot, akkor meg kell ismételnie a második zárthelyi dolgozatot. Az ötödik feladatra két lehetőség is szerepel gyakorlásképp, a zh-ban csak egyféle 5-ös feladat lesz!

1.feladat: (20 pont) Legyen $X \sim N(2, 9)$, $Y \sim \text{Exp}(5)$, $Z_1 \sim \text{Poi}(1/2)$, $Z_2 \sim \text{Poi}(1/3)$, ahol Z_1 és Z_2 függetlenek egymástól és X , Y -től is. Az X és Y nem függetlenek, sőt $\text{Cov}(X, Y) = 0,4$. Határozd meg a következő mennyiségeket:

- a) $\mathbb{P}(X > 1)$, $\mathbb{P}(Y > 1)$, $\mathbb{P}(Z_2 > 1)$, $\mathbb{P}(X + Y = 1)$, $\mathbb{P}(Z_1 + Z_2 = 0)$
- b) $\mathbb{E}(X + Y + Z_1)$, $\mathbb{E}(3X + 2Y + 3Z_2 + 8)$
- c) $\mathbb{D}^2(X + Y + Z_1)$, $\mathbb{D}^2(3X + 2Y + 3Z_2 + 8)$

2.feladat: (20 pont) Határozd meg egy λ paraméterű exponenciálisnak és egy tőle független $[0, 1]$ intervallumon egyenletes eloszlás konvolúcióját! (Mj: *diszkrét konvolúció gyakorlása: Három Poi összege?*)

3.feladat: (20 pont) Egy csillagász távolságot mér, mérései faevv sorozatnak tekinthető. A mérések várható értéke megegyezik az objektum valódi d távolságával, a szórás 2 fényév. Hányszor mérjen a csillagász, hogy az átlag 95 százalék valószínűséggel közelebb legyen a valódi távolsághoz, mint $\pm 0,5$?

Szorgalmi: +8pont Mennyire jár rosszul a csillagász, ha nem ismeri a CHT-t, csak a Csebisev-egyenlőtlenséget?

4.feladat: (20 pont) Legyen az $X_1, X_2, \dots, X_n$ az

$$f(x) = 2\alpha \cdot x(1 - x^2)^{\alpha-1} \mathbb{I}(0 < x < 1)$$

sűrűségfüggvényű eloszlásból vett minta. Adjon ML-beclést az ismeretlen α paraméterre az 0,6, 0,4, 0,3, 0,8, 0,45 5-elemű minta esetén!

5a.feladat: (20 pont) Megvizsgálták, hogy 10 ember mekkora távolságot tudott 5 perc alatt lefutni. Ezután mindenki 3 napig diétázott és így is megmérték a futásteljesítményeket. Befolyásolta-e a diéta a teljesítményt? (Tegyük fel, hogy az adatok normális eloszlásból származnak.)

első eredmény	1520	1830	1620	1740	1970	2130	1910	2000	1980	1900	
diéta után	1630	1810	1700	1800	1930	2100	1960	2160	2040	1970	

5b.feladat (20 pont) 500 különböző, de egyaránt 30 diákból álló osztály mindegyikében feljegyezték a szintévesztők számát. Az alábbi táblázat azt tartalmazza, hogy a egyes értékek hány alkalommal fordultak elő.

értékek	0	1	2	3	
gyakoriságok	408	48	30	14	

Döntsünk arról a hipotézisről, hogy a fenti minta binomiális eloszlásúnak tekinthető.