

2.zárthelyi

"A" csoport

Valószínűesszámítás és statisztika programtervező informatikusoknak, 2015 ősz

A felhasználható idő: 90 perc. A dolgozatra legfeljebb 100 pont szerezhető. Ha valaki nem ér el 40 pontot, akkor meg kell ismételnie a második zárthelyi dolgozatot.

1.feladat: (20=8+6+6 pont) Legyen $X \sim N(1, 4)$, $Y \sim U(-5, 5)$, $Z \sim \text{Exp}(1)$, $V \sim \text{Exp}(1/2)$, ahol Z és V függetlenek egymástól, sőt V az X -től és Y -től is független. Tudjuk még, hogy $\text{Cov}(X, Y) = 0$, $\text{Cov}(X, Z) = -0,3$, $\text{Cov}(Y, Z) = 0,8$. Határozd meg a következő mennyiségeket (az eredményeket 4 tizedesjegyre kerekítve kérem, az eredményekért pont jár):

- a) $\mathbb{P}(X > 0)$, $\mathbb{P}(Y > 1)$, $\mathbb{P}(1/2 < Z \leq 3)$, $\mathbb{P}(X + Y + Z = 1)$, $\mathbb{P}(X + Y + Z = 0)$
- b) $\mathbb{E}(X + Y + Z + V)$, $\mathbb{E}(3X + 2Y - 3Z + 2V - 5)$
- c) $\mathbb{D}^2(X + Y + Z + V)$, $\mathbb{D}^2(3X + 2Y - 5)$

2.feladat: (20=10+10 pont)

- a) Határozd meg két különböző paraméterű (legyen a két paraméter λ_1 és λ_2), független Poisson eloszlás összegét!
- b) Határozd meg három különböző paraméterű (legyen a három paraméter λ_1 , λ_2 és λ_3), független Poisson eloszlás összegét! (Tipp: Használd fel az a) rész eredményét!)

3.feladat: (20 pont) Nők születéskor várható élettartamát szeretnénk megmérni, ehhez nők halálozáskori életkorát jegyezzük fel. A megfigyelések tekinthetők független azonos eloszlású valószínűségi változóknak, melynek eloszlása ismeretlen, a várható értéküket jelöljük e -vel (*Mj: ma Mo-on ez az adat egyébként 77,8 év körül van.*) Hány megfigyelés szükséges ahhoz, hogy 99 százalékos biztonsággal mondhassuk, hogy megfigyeléseink átlaga az e várható értékhez közelebb van, mint ± 1 (év), ha tudjuk, hogy megfigyeléseink szórása 5 (év)? (Tipp: CHT)

Szorgalmi plusz 8 pontért: Hány megfigyelés szükséges, ha Csebisev-egyenlőtlenséget használunk?

4.feladat: (20=10+10 pont)

- a) Legyen az $X_1, X_2, \dots, X_n$ az

$$f(x) = 2\theta \cdot x(1 - x^2)^{\theta-1} \mathbb{I}(0 < x < 1)$$

sűrűségfüggvényű eloszlásból vett minta. Adjon ML-beclést az ismeretlen $\theta > 0$ paraméterre!

- b) Legyen az $X_1, X_2, \dots, X_n \sim NB(r, p)$ eloszlású minta, ahol r rögzített! Adjon p -re ML-beclést!

5.feladat: (20 pont) Az alábbi két minta 5 autó fogyasztási adatait tartalmazza. Az első sorban a szerviz előtti, a másodikban a szerviz utáni értékek találhatók. Csökkentette a szerviz a fogyasztást? (Tegyük fel, hogy az adatok normális eloszlásból származnak.)

első eredmény	7,9	8,1	8,8	7,2	6,0	
második eredmény	7,5	7,5	8,1	7,2	5,7	