

1.zárthelyi

"A" csoport

Valószínűesszámitás és statisztika programtervező informatikusoknak, 2015 ősz

Válaszaitokat minimális módon indokoljátok! *Például: miért variáció/kombináció képletét alkalmazzátok, milyen tanult tételt alkalmazzátok egy-egy lépésnél? Ha egy nevezetes eloszlás sűrűfüggvényét/várható értékét használjátok, akkor fel kell tüntetni, hogy milyen eloszlásról van szó, milyen paraméterekkel stb.*

A felhasználható idő: 90 perc. A dolgozatra legfeljebb 110 pont szerezhető, azonban maximum csak 100 pont vihető tovább. Ha valaki nem ér el 40 pontot, akkor meg kell ismételnie az első zárthelyi dolgozatot.

1. (18=3+2+3+3+4+3 pont +3) Egy vállalkozás 30 fős társasága 5 fős felelős bizottságot szeretne kialakítani. Mindenki azonos módon méltó betölteni ezt a tiszteket, így sorsolás útján választják ki a bizottság tagjait. Tudjuk még, hogy a bizottságban 18 nő van.
 - a) Mi az eseménytér? Hány elemű?
 - b) Hányféleképpen állítható össze csak női bizottság?
 - c) Mi a valószínűsége egy női bizottság felállításának? Milyen valószínűséggel lesz csak férfiakból álló bizottság?
 - d) Nevezzük "arányosnak" azt a bizottságot, amelyben 3 nő és 2 férfi van (ilyenkor a nemek aránya a bizottságon és a társaságon belül megegyezik). Milyen valószínűséggel fognak "arányos" bizottságot sorsolni?
 - e) Addig sorsolunk újra és újra, amíg "arányos" bizottságot nem kapunk. Várhatóan hányszor kell újasorsolni?
 - f) Mi a valószínűsége, hogy a bizottságban lesz legalább 1 férfi?
 - g) **szorgalmi:** Mi a valószínűsége, hogy a bizottságban a nők nagyobb arányban lesznek (vagyis legalább 3-an)?
2. (17=4+6+7 pont) Egy p valószínűséggel fejre mutató érmét feldobunk 8-szor. Tekintsük a következő eseményeket:
 $E := \{\text{az ötödik dobás fej}\}$
 $F := \{\text{a hatodik dobásnál látom a 3-dik fejet}\}$
 - a) Mi az eseménytér? Hány elemű?
 - b) Mi az E és F események valószínűsége?
 - c) Van-e olyan p , amire ez a két esemény tekinthető függetlennek?
3. (15 pont) Egy felmérés szerint a Magyarországon kapható terhességi tesztek esetében, ha egy nő terhes, akkor a teszt pozitív válasza 98%-os valószínűséggel biztos. Álpozitív terhességnek a Magyarországon kapható tesztek esetében szinte nincs is esélye, csupán 0,01%. Ha valaki negatív terhességi tesztet kapott, akkor mi annak a valószínűsége, hogy mégis terhes? Tegyük fel, hogy Magyarországon a teszt elvégzésének pillanatában a nők 2,4%-a volt terhes (akár tudatában volt terhességének, akár nem).
4. (20=8+5+7 pont) Négyyszer dobunk egy szabályos érmével. Legyen X a dobott fejek és írások számának a négyzetösszege (pl. dobok három fejet és egy írást, akkor a vv. $10 = 3^2 + 1^2$ értéket veszi fel). Adja meg
 - a) X eloszlását,
 - b) X eloszlásfüggvényét (rajzon elég bemutatni, csak az értékek legyenek feltüntetve egyértelműen),
 - c) X várható értékét és szórását!

5. (21=5+5+3+4+4 pont) Egy autógyár kérdőívet töltetett ki az alkalmazottjaival, ami alapján megállapították, hogy a legtöbb dolgozójuk bulizni szokott a hétvégén. A gyártott autók tesztjei azt mutatták, hogy a hétfőn gyártott autók sokkal rosszabb minőségűek, mint a másik négy napon gyártottaké. A hétfői autók minden hónapban (egymástól függetlenül) 0,05 valószínűséggel robbannak le, míg a nem hétfői autóknál ez az arány csupán 0,01. Feltételezzük, hogy a hét minden hétköznapján azonos számú autót gyártanak, hétvégén pedig a gyártás szünetel.
- a) Mi a valószínűsége, hogy ettől a cégtől az újonnan vásárolt autóm lerobban az első hónapban? (Ha nem sikerül kiszámolni, akkor a továbbiakban a lerobbanás valószínűségét vegyük 0,018-nak.)
 - b) Mi a valószínűsége, hogy az új autóm az első három hónapban legfeljebb egyszer robban le?
 - c) Mi a valószínűsége, hogy a kocsim először éppen karácsonykor (a 12-dik hónapban) robban le?
 - d) Várhatóan hányszor fog lerobbanni a kocsim az első évben? Na és mikor fog várhatóan először lerobbanni?
 - e) Mi a valószínűsége, hogy a 3-dik év végén (a 36-dik hónapban) fog az autó éppen harmadszor lerobbanni?
6. (19=14+2+3 pont) Egy könyv minden oldalán sok karakter van, minden karaktert egymástól függetlenül, kis valószínűséggel ugyan, de elgépelhetnek. Mindeközben azért minden oldalon átlagosan lesz néhány hiba.
- a) Átlagosan hány elgépelési hiba van egy oldalon, ha tudjuk, hogy 95% annak a valószínűsége, hogy legalább egy hiba van egy oldalon?
 - b) Mi annak a valószínűsége, hogy nincs hiba egy oldalon?
 - c) Mi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 3 hiba van egy oldalon?

1.zárthelyi

"B" csoport

Valószínűesszámitás és statisztika programtervező informatikusoknak, 2015 ősz

Válaszaitokat minimális módon indokoljátok! *Például: miért variáció/kombináció képletét alkalmazzátok, milyen tanult tételt alkalmazzátok egy-egy lépésnél? Ha egy nevezetes eloszlás súlyfüggvényét/várható értékét használjátok, akkor fel kell tüntetni, hogy milyen eloszlásról van szó, milyen paraméterekkel stb.*

A felhasználható idő: 90 perc. A dolgozatra legfeljebb 110 pont szerezhető, azonban maximum csak 100 pont vihető tovább. Ha valaki nem ér el 40 pontot, akkor meg kell ismételnie az első zárthelyi dolgozatot.

- (18=3+2+3+3+4+3 pont +3) Egy vállalkozás 30 fős társasága 5 fős felelős bizottságot szeretne kialakítani. Mindenki azonos módon méltó betölteni ezt a tiszteket, így sorsolás útján választják ki a bizottság tagjait. Tudjuk még, hogy a bizottságban 12 nő van.
 - Mi az eseménytér? Hány elemű?
 - Hányféleképpen állítható össze csak női bizottság?
 - Mi a valószínűsége egy női bizottság felállításának? Milyen valószínűséggel lesz csak férfiakból álló bizottság?
 - Nevezzük "arányosnak" azt a bizottságot, amelyben 2 nő és 3 férfi van (ilyenkor a nemek aránya a bizottságon és a társaságon belül megegyezik). Milyen valószínűséggel fognak "arányos" bizottságot sorsolni?
 - Addig sorsolunk újra és újra, amíg "arányos" bizottságot nem kapunk. Várhatóan hányszor kell újrásorsolni?
 - Mi a valószínűsége, hogy a bizottságban lesz legalább 1 nő?
 - szorgalmi:** Mi a valószínűsége, hogy a bizottságban a férfiak nagyobb arányban lesznek (vagyis legalább 3-an)?
- (17=4+6+7 pont) Egy p valószínűséggel fejet mutató érmét feldobunk 9-szer. Tekintsük a következő eseményeket:
 $E := \{\text{a hetedik dobásnál látom a 4-dik fejet}\}$
 $F := \{\text{az hatodik dobás fej}\}$
 - Mi az eseménytér? Hány elemű?
 - Mi az E és F események valószínűsége?
 - Van-e olyan p , amire ez a két esemény tekinthető függetlennek?
- (15 pont) Egy felmérés szerint a Magyarországon kapható terhességi tesztek esetében, ha egy nő terhes, akkor a teszt pozitív válasza 98%-os valószínűséggel biztos (legalább 4 nappal a menstruáció után elvégezve a tesztet). Álpozitív terhességnek a Magyarországon kapható tesztek esetében szinte nincs is esélye, csupán 0,02%. Ha valaki pozitív terhességi tesztet kapott (legalább 4 nappal a menstruáció után), akkor mi annak a valószínűsége, hogy tényleg terhes? Tegyük fel, hogy Magyarországon a teszt elvégzésének pillanatában a nők 2,4%-a volt terhes (akár tudatában volt terhességének, akár nem).
- (20=8+5+7 pont) Négyyszer dobunk egy szabályos érmével. Legyen X a dobott fejek száma és írások számának az egymástól való eltérése. Adja meg
 - X eloszlását,
 - X eloszlásfüggvényét (rajz elég),
 - X várható értékét, és szórását!

5. (21=5+5+3+4+4 pont) Egy autógyár kérdőívet töltetett ki az alkalmazottjaival, ami alapján megállapították, hogy a legtöbb dolgozójuk kipihen magát a hétvégén. A gyártott autók tesztjei azt mutatták, hogy a hétfőn gyártott autók sokkal jobb minőségűek, mint a másik négy napon gyártottaké. A hétfői autók minden hónapban (egymástól függetlenül) 0,001 valószínűséggel robbannak le, míg a nem hétfői autóknál ez az arány magasabb: 0,01. Feltételezzük, hogy a hét minden hétköznapján azonos számú autót gyártanak, hétvégén pedig a gyártás szünetel.
- a) Mi a valószínűsége, hogy ettől a cégtől az újonnan vásárolt autóm lerobban az első hónapban?
 - b) Mi a valószínűsége, hogy az új autóm az első öt hónapban legfeljebb kétszer robban le?
 - c) Mi a valószínűsége, hogy a kocsim először éppen egy év múlva (a 13-dik hónapban) robban le?
 - d) Várhatóan hányszor fog lerobbanni a kocsim az első évben? Na és mikor fog várhatóan először lerobbanni?
 - e) Mi a valószínűsége, hogy a 2-dik év végén (a 24-dik hónapban) fog az autó éppen másodszor lerobbanni?
6. (19=14+2+3 pont) Egy könyv minden oldalán sok karakter van, minden karaktert egymástól függetlenül, kis valószínűséggel ugyan, de elgépelhetnek. Mindeközben azért minden oldalon átlagosan lesz néhány hiba.
- a) Átlagosan hány elgépelési hiba van egy oldalon, ha tudjuk, hogy 90% annak a valószínűsége, hogy legalább egy hiba van egy oldalon?
 - b) Mi annak a valószínűsége, hogy nincs hiba egy oldalon?
 - c) Mi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 3 hiba van egy oldalon?