

1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	7	6	8	6	1	4

1. Boole-algebrán minden a, b -re:

$(ab+a)+(\bar{a}b+b) = ab + \bar{a}$	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (b)
$= a + b$	(b)	2: csak (a) nem	6: csak (b) és (c)
$= b + ab + a$	(c)	3: (a) és (c)	7: (c) nem
$= \bar{a}b + a + b$	(d)	4: mind	8: csak (d) nem

2. 2-azonosság az alábbiak közül

$p \wedge q \wedge \neg r \implies (p \implies \neg(q \implies r)) = 1$	(a)	1: csak (a) nem	5: mind
$(p \implies q) \implies (\neg q \implies \neg p) = 1$	(b)	2: csak (b) és (c)	6: csak (b)
$(p \implies 0) \implies \neg p = 1$	(c)	3: csak (b) és (d)	7: csak (c)
$((p \implies r) \wedge (q \implies \neg r)) \implies (p \implies \neg q) = 1$	(d)	4: csak (a) és (b)	8: csak (d) nem

3. $\mu \doteq ((\varphi \implies \eta) \vee (\psi \implies \eta)) \implies (\varphi \vee \psi \implies \eta)$, $\nu \doteq ((\varphi \implies \eta) \vee (\psi \implies \eta)) \implies (\varphi \wedge \psi \implies \eta)$

μ és ν kielégíthető	(a)	1: csak (a) és (b)	5: csak (a) nem
$\neg\mu$ kielégíthető és ν tautológia	(b)	2: csak (a) és (c)	6: csak (b) nem
μ és ν tautológia	(c)	3: csak (b) és (c)	7: csak (c) nem
$\neg\mu$ és ν kielégíthető	(d)	4: csak (a) és (d)	8: csak (d) nem

4. **X**: Mind a hárman hazudunk. **Y**: Pontosan egyikünk mond igazat. **Z**: Én igazat mondom.

X és Y hazudik	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (a)
X és Z hazudik	(b)	2: (a) és (c)	6: csak (b)
Y hazudik és Z igazat mond	(c)	3: (c) és (d)	7: csak (c)
Pontosan ketten mondanak igazat	(d)	4: (a) és (d)	8: csak (d)

5. Prop_X -en: $\Sigma \doteq \{\varphi, \neg\psi\}$.

$\Sigma \vdash \varphi \implies (\psi \implies \varphi)$	(a)	1: csak (a) és (c)	5: csak (b) nem
$\Sigma \vdash \varphi \vee \psi$	(b)	2: csak (a) és (d)	6: csak (c) nem
$\Sigma \vdash \eta \implies (\neg\varphi \vee \neg\psi)$	(c)	3: csak (b) és (d)	7: csak (d) nem
$\Sigma \vdash \varphi \wedge \neg\psi$	(d)	4: csak (a) és (b)	8: mind

6. $X \doteq \{x, y, z\}$, $\Sigma \doteq \{x \wedge \neg y, z \implies x \vee y\}$, $\Gamma \doteq \{x \wedge \neg z, x \implies y\}$. Prop_X -en:

Σ konzisztens és Γ teljes	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (a)
Σ -nak pontosan egy modellje van	(b)	2: (b) és (c)	6: csak (b) nem
Γ -nak pontosan egy modellje van	(c)	3: (b) és (d)	7: csak (c)
Γ teljes és $\Gamma \not\vdash \mathbb{F}$	(d)	4: sem (b) sem (c)	7: csak (d) nem

7. $\mu \doteq (\forall x)(\varphi \implies \psi) \implies ((\exists x)\varphi \implies (\exists x)\psi)$, $\nu \doteq (\exists x)(\varphi \implies \psi) \implies ((\forall x)\varphi \implies (\forall x)\psi)$

μ és ν kielégíthető	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (a) nem
$\neg\mu$ nem kielégíthető és ν nem érvényes	(b)	2: (b) és (c)	6: csak (b) nem
μ és $\neg\nu$ érvényes	(c)	3: (b) és (d)	7: csak (c) nem
$\neg\mu$ és ν kielégíthető	(d)	4: (a) és (c)	8: csak (d) nem

8. $\text{Pred}_{\mathcal{L}}$ -en: $\Sigma \doteq \{(\forall x)(\varphi \implies \psi), \neg(\exists x)(\varphi \wedge \psi)\}$.

$\Sigma \vdash \neg(\exists x)\varphi$	(a)	1: csak (a) és (d)	5: csak (d)
$\Sigma \vdash \neg(\exists x)\neg\varphi$	(b)	2: csak (b) és (c)	6: csak (c) nem
$\Sigma \vdash \neg(\exists x)\neg\psi$	(c)	3: csak (a) és (c)	7: csak (d) nem
$\Sigma \vdash \neg(\exists x)\psi$	(d)	4: csak (a)	8: sem (a) sem (d)