

Minta 2

1	2	3	4	5	6	7	8
7	4	1	5	7	7	4	3

1. Boole-algebrán minden a, b -re:

$(\bar{a} \bar{b} + a) + (\bar{a} b + b) = a b + \bar{a} \bar{b}$	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (b)
$= a + b a$	(b)	2: csak (a) nem	6: csak (b) és (c)
$= b + a \bar{b} + a$	(c)	3: (a) és (c)	7: (c) nem
$= \bar{a} b + a + b$	(d)	4: mind	8: csak (d) nem

2. 2-azonosság az alábbiak közül

$(p \wedge q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) = 1$	(a)	1: csak (a) nem	5: mind
$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q) = 1$	(b)	2: csak (b) és (c)	6: csak (b)
$(p \Rightarrow 0) \Rightarrow \neg p = 0$	(c)	3: csak (b) és (d)	7: csak (c)
$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg p)) \Rightarrow \neg p = 1$	(d)	4: csak (a) és (d)	8: csak (d) nem

3. $\mu \doteq (\eta \Rightarrow (\varphi \vee \psi)) \Rightarrow ((\eta \Rightarrow \varphi) \wedge (\eta \Rightarrow \psi))$, $\nu \doteq (\eta \Rightarrow (\varphi \wedge \psi)) \Rightarrow ((\eta \Rightarrow \varphi) \vee (\eta \Rightarrow \psi))$

$\neg \mu$ és ν kielégíthető	(a)	1: csak (a)	5: csak (a) nem
$\neg \mu$ tautológia és ν kielégíthető	(b)	2: csak (b)	6: csak (b) nem
μ és ν tautológia	(c)	3: csak (c)	7: csak (c) nem
μ és $\neg \nu$ kielégíthető	(d)	4: csak (d)	8: csak (d) nem

4. **X**: Ketten közülünk igazat mondanak. **Y**: Ketten közülünk hazudnak. **Z**: A többiek hazudnak.

X és Z hazudik	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (a)
X és Y hazudik	(b)	2: (a) és (c)	6: csak (b)
Y hazudik és Z igazat mond	(c)	3: (c) és (d)	7: csak (c)
Pontosan ketten mondanak igazat	(d)	4: (a) és (d)	8: csak (d)

5. $\mathcal{P}rop_X$ -en: $\Sigma \doteq \{\varphi \wedge \psi, \neg \eta \vee \neg \varphi\}$.

$\Sigma \vdash \varphi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \varphi)$	(a)	1: csak (a) és (c)	5: csak (b) nem
$\Sigma \vdash \varphi \vee \psi$	(b)	2: csak (a) és (d)	6: csak (c) nem
$\Sigma \vdash \eta \Rightarrow (\neg \varphi \vee \neg \psi)$	(c)	3: csak (b) és (d)	7: csak (d) nem
$\Sigma \vdash \varphi \wedge \neg \psi$	(d)	4: csak (a) és (b)	8: mind

6. $X \doteq \{x, y, z\}$, $\Sigma \doteq \{\neg x \wedge \neg y, z \Rightarrow x \vee y\}$, $\Gamma \doteq \{x \vee \neg y, x \Rightarrow y\}$, $\Delta \doteq \{x \wedge \neg y, x \Rightarrow y\}$. $\mathcal{P}rop_X$ -en:

Σ konzisztens és Γ teljes	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (a)
Σ -nek pontosan egy modellje van	(b)	2: (b) és (c)	6: csak (a) nem
Δ -nak pontosan egy modellje van	(c)	3: (b) és (d)	7: csak (b)
Γ teljes és $\Gamma \not\vdash \mathbb{F}$	(d)	4: sem (b) sem (c)	8: csak (b) nem

7. $\mu \doteq (\forall x)(\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow ((\forall x)\varphi \Rightarrow (\forall x)\psi)$, $\nu \doteq (\exists x)(\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow ((\exists x)\varphi \Rightarrow (\exists x)\psi)$

$\neg \mu$ és ν kielégíthető	(a)	1: csak (a)	5: (a) és (b)
μ nem kielégíthető és ν nem érvényes	(b)	2: csak (b)	6: (b) és (c)
μ és ν érvényes	(c)	3: csak (c)	7: (c) és (d)
μ és $\neg \nu$ kielégíthető	(d)	4: csak (d)	8: (d) és (a)

8. $\mathcal{P}red_{\mathcal{L}}$ -en: $\Sigma \doteq \{(\exists x)(\varphi \Rightarrow \psi), (\forall x)\varphi\}$.

$\Sigma \vdash (\exists x)\psi$	(a)	1: csak (a) és (d)	5: csak (d)
$\Sigma \vdash \neg (\forall x)\neg \varphi$	(b)	2: csak (b) és (c)	6: csak (c) nem
$\Sigma \vdash \neg (\exists x)\neg \psi$	(c)	3: csak (a) és (b)	7: csak (d) nem
$\Sigma \vdash (\exists x)\neg \psi$	(d)	4: csak (a)	8: sem (a) sem (d)