14. $\boxed{1.}$ $a_n = \sqrt{n^2 - 1} - n$ 2. $a_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n}$

3. $a_n = \dfrac{\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 1}{\frac{1}{n}}$ 4. $a_n = \dfrac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}$

5. $a_n = \sqrt{n^2 + n} - n$ 6. $a_n = n\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n}}\right)$

7. $a_n = \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}} - \sqrt{n}$

! **15.** 1. $a_n = \sqrt[3]{1 - n^3} + n$

2. $a_n = \dfrac{\sqrt[k]{1 + \frac{1}{n}} - 1}{\frac{1}{n}}$ ($k \in \mathbb{N}$ rögzitett)

3. $a_n = \dfrac{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - \sqrt{1 - \frac{1}{n}}}{\sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}} - \sqrt[3]{1 - \frac{1}{n}}}$

16. 1. $a_n = \dfrac{1}{4^n - 1}$ 2. $a_n = \dfrac{2^n - 4^n}{2^n + 4^n}$

3. $a_n = n^2 + \dfrac{2}{4^n + 1}$ 4. $a_n = \dfrac{2n+3}{5n-1} \cdot \dfrac{3^n}{2^{2n} - 1}$

5. $a_n = \dfrac{\sqrt[n]{3}}{1 + \sqrt[2n]{5}}$

17. 1. $a_n = \dfrac{n^3}{2^n}$ 2. $a_n = \dfrac{n^2 - 8 \cdot 4^n}{n^2 + 6 \cdot 4^n}$

3. $a_n = \sqrt[4]{\dfrac{2^n + 1}{n + 2^n}}$ 4. $a_n = \dfrac{1 + n^2 \cdot \sqrt[n]{3}}{2^n + 3^n}$

18. $\boxed{1.}$ $a_n = \sqrt[2n]{1 + \frac{1}{2n}}$ 2. $a_n = \sqrt[n]{n^2 + 100}$

2'. $a_n = \sqrt[n]{\dfrac{n+1}{n^2+3}}$

3. $a_n = \sqrt[n]{1 + \dfrac{1}{2n^2}}$ 4. $a_n = \sqrt[n]{n^{(1-n)}}$ 7. $a_n = \sqrt[n]{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}$

5. $a_n = \sqrt[n^2]{n}$ 6. $a_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{\frac{n+1}{n}}$ 8. $a_n = \sqrt[n]{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} - \dots}$

19. Állapitsuk meg, hogy mely $\underline{a}$ valós számok esetén van határértéke az alábbi (a_n) sorozatoknak, és számitsuk ki a megfelelő határértéket!

1. $a_n = \left(\dfrac{1 - a^2}{1 + a^2}\right)^n$ 2. $a_n = \dfrac{1}{1 + a^{2n}}$

3. $a_n = \dfrac{a^n}{1 + a^n}$ ($a \neq -1$) 4. $a_n = \dfrac{a^n}{1 + a^{2n}}$

5. $a_n = \dfrac{a^n - a^{-n}}{a^n + a^{-n}}$ ($a \neq o$)

6. $a_n = \dfrac{a^{n+2}}{\sqrt{2^{2n} + a^{2n}}}$ ($a \geq o$)

! 7. $a_n = \dfrac{a^n}{(1+a)(1+a^2)\dots(1+a^n)}$ ($a \geq o$)

20. Legyen $o < a < b < 1$.

Állapitsuk meg az alábbi sorozatok határértékét!

1. $a_n = \dfrac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n}$ 2. $a_n = \dfrac{1}{a^n - b^n}$

3. $b_i \geq o$, $1 \leq i \leq k$ rögzitettek,

$$a_n = \sqrt[n]{b_1^n + b_2^n + \dots + b_k^n}$$