

1. gyakorlat
Matematika A1a

1. Írjuk fel a következő állításokat az $f(x)$: “ x fél”, illetve $v(x)$: “ x velem jön” állítások segítségével! Van-e köztük két olyan, ami ugyanazt jelenti? És olyan, amely a tagadása egy másiknak?
 - a) Aki nem fél, az velem jön.
 - b) Nem fél, aki velem jön.
 - c) Olyan is jön velem, aki fél.
 - d) Aki velem jön, az fél.
 - e) Mindenki fél, aki nem jön velem.
 - f) Velem jön, aki fél.
2. Az alábbi feladatban P : igaz, Q : hamis, R : hamis és S : igaz logikai értékű állítást jelöl. Határozzuk meg a következő állítások logikai értékét!
 - a) $P \Rightarrow (P \Rightarrow S)$
 - b) $P \Rightarrow (R \vee S)$
 - c) $(R \vee \neg S) \Leftrightarrow (Q \vee S)$
3. Bizonyítsuk be az alábbi logikai azonosságokat igazságtáblával!
 - a) $(A \wedge B) \Rightarrow A \equiv A \Rightarrow (A \vee B)$
 - b) $(A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \equiv (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A)$ (kizáró vagy)
4. Mit mondhatunk \mathbb{R} -nek arról a H részhalmazáról, amelyre a következő állítás teljesül?
 - a) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in H (x < y)$
 - b) $\forall x \in H \exists y \in \mathbb{R} (x < y)$
 - c) $\forall x \in H \exists y \in H (x < y)$
5. Legyen A a páros, B a 4-nél kisebb, C pedig a 2-nél nagyobb természetes számok halmaza. Mely számok alkotják az $[A \setminus (B \cap C)] \cup [(A \setminus B) \setminus C]$ halmazt?
6. Legyenek A, B és C az U alaphalmaz részhalmazai. Írjuk fel a következő halmazokat:
 - a) csak B elemei
 - b) pontosan két halmaz elemei
 - c) egyik halmaznak sem elemei
 - d) legfeljebb egy halmaz elemei
 - e) legalább egy halmaz elemei
 - f) legalább két halmaz elemei
7. Döntsük el, melyek igazak minden A és B halmazra az alábbi halmazalgebrai állítások közül!
 - a) $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$
 - b) $A \cap B \subseteq A$
 - c) $A \cap B \subseteq A \setminus B$
 - d) $A \setminus B \subseteq A \cup B$
 - e) $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A}$
 - f) $A \setminus B \subseteq B$
8. Ellenőrizzük igazságtáblával, hogy igazak-e az alábbi állítások minden A, B, C halmazra!
 - a) $B \cup [A \setminus (A \setminus B)] = A \cup B$
 - b) $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$
9. Bizonyítsuk be, hogy a következő halmazpárok azonos számosságúak!
 - a) $[a, b]$ és $[c, d]$ intervallum
 - b) $(0, 1)$ intervallum és \mathbb{R}
 - c) $[0, 1]$ és $(0, 1]$ intervallum
10. $\mathcal{P}(\{a, b, c\}) = ?$ Mennyi eleme van $\mathcal{P}(\{a_1, \dots, a_n\})$ -nek?