

5. gyakorlat
Matematika A1

1. Számítsuk ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+1}{3x+9}$ határértéket, és $\varepsilon = \frac{1}{10}$ -hez adjunk meg egy olyan M értéket, hogy ennél nagyobb x -ekre a függvény már ε -nál közelebb van a határértékhez!

2. (Gy) A határértékek műveleti szabályait felhasználva számítsuk ki az alábbi limeszeket (ha csak egyoldali limesz létezik, akkor azt)!

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \sin x + \frac{x}{x^2+3}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^3}$ c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(1-x)^3} + \frac{1}{x-1}$

3. (Gy) Alkalmos egyszerűsítés segítségével számítsuk ki a következő határértékeket!

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 3x^2}{x^2 + 1} - x$

4. (Gy) Számítsuk ki az alábbi határértékeket a rendőrelv segítségével!

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sin x}{x^2 - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cos \left(\frac{2-x}{x^5} \right)$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - \sin(3x-1)}{x^2 - 1}$

5. A következő határértékek kiszámításánál használjunk trigonometrikus azonosságokat, valamint a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ határértéket!

a) (Gy) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin x}$ b) (Gy) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x(\pi-x)}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2}$ d) (*) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$

6. Definíció alapján bizonyítsuk be, hogy $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{x} = \sqrt{a}$, ha $a > 0$, és $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} = \infty$.

7. (Gy) Számítsuk ki az alábbi limeszeket! Ahol szükséges, "gyöktelenítsünk"!

a) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x$ c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3} + 3x}$

8. (Gy) Határozzuk meg az alábbi függvények összes aszimptotáját!

a) $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x - 1}$ b) $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ c) $h(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2}$

(Gy) - gyakorló feladatok, (*) - gondolkodtató feladatok