

**6. gyakorlat**  
**Matematika A1**

1. Ábrázoljuk az

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & -1 \leq x < 0 \\ 2x & 0 < x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ -2x + 4 & 1 < x < 2 \\ 0 & 2 < x < 3 \end{cases}$$

függvényt. Vizsgáljuk meg folytonosság és egyoldali folytonosság szempontjából az  $x = -1, 0, 1, 2, 3$  helyeket! Van-e az  $f(x)$  függvénynek megszüntethető szakadása?

2. (Gy) Hol folytonosak az alábbi függvények, és milyen típusúak a szakadásai? Mely szakadási helyeken létezik folytonos kiterjesztésük?

a)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 6}$       b)  $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 4x + 3}$       c)  $f(x) = \frac{x^3 - x}{|x^2 - 1|}$

d)  $f(x) = \frac{\cos x}{x}$       e)  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$       f)  $f(x) = \frac{x \operatorname{tg} x}{x^2 + 1}$

3. (Gy) Határozzuk meg a paraméterek értékét úgy, hogy az alábbi függvények mindenütt folytonosak legyenek!

a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 3 \\ 2ax & x \geq 3 \end{cases}$       b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2 - \sin^2 x}}{x}, & \text{ha } x < 0 \\ ax + b, & \text{ha } 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{x}, & \text{ha } 1 \leq x \end{cases}$

4. Van-e valós megoldása az alábbi egyenleteknek?

a)  $\sin x - x + 1 = 0$

b)  $x^5 - 18x + 2 = 0$

5. Felveszi-e az  $f(x) = \frac{x^3}{4} - \sin \pi x + 3$  függvény a  $\frac{7}{3}$  értéket a  $[-2, 2]$  intervallumban?

6. (Gy) Osszuk el az alábbi  $P(x)$  polinomokat a megadott  $Q(x)$  polinommal maradékosan!

a)  $P(x) = x^6 - x^5 + x^2 + 2x + 3, Q(x) = x^3 - x^2$

b)  $P(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1, Q(x) = x^4 + x^2 + 1$

7. (Gy) A Horner-módszer segítségével döntsük el, hogy a megadott  $c$  érték gyöke-e a  $P(x)$  polinomnak, és ha igen, akkor emeljük ki belőle az  $(x - c)$  gyöktényezőt!

a)  $P(x) = x^4 + 2x^3 + 2x + 1, c = -3$       b)  $P(x) = x^9 - 5x^7 + 3x^5 + 3x^3 + 4x, c = -2$

8. (Gy) Határozzuk meg az alábbi egész együtthatós polinomok racionális gyökeit, és bontsuk fel a polinomot gyöktényezők szorzatára  $\mathbb{C}$  fölött!

a)  $f(x) = x^5 + x^4 - x^3 - 3x^2 + 2$

b)  $g(x) = 2x^3 + 5x^2 - 8x - 5$

(Gy) - gyakorló feladatok, (\*) - gondolkodtató feladatok