

7. gyakorlat
Matematika A1

1. (Gy) Számítsuk ki az alábbi értékeket!

a) $\operatorname{sh} 1 + \operatorname{ch} 1$

b) $\operatorname{arsh} 2$

c) $\operatorname{th}(\ln 5)$

d) $\arcsin \sin \frac{10\pi}{3}$

e) $\cos \operatorname{arctg} 5$

f) $\cos \arcsin x$

2. Bizonyítsuk be az alábbi azonosságokat!

a) $\operatorname{ch} 2x = \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x$

b) $\operatorname{sh} 2x = 2 \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x$

c) $\operatorname{ch} \operatorname{arth} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

3. Határozzuk meg az alábbi függvények inverzét! Ha a függvény nem invertálható a teljes értelmezési tartományán, akkor keressünk olyan maximális részintervallumot, amelyen már invertálható! Ábrázoljuk a függvényt és az inverzét!

a) $f(x) = \frac{x}{x-1}$

b) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

c) $f(x) = \sqrt{x-5}$

4. Ábrázoljuk a $\sin(\arcsin x)$ és $\arcsin(\sin x)$ függvényeket!

5. (Gy) Fejezzük ki az $\ln x$ és e^x függvények segítségével az alábbi függvényeket!

a) 5^x

b) $\log_3 10$

c) $3^{\ln x}$

d) $x^{\sqrt{x}}$

6. (Gy) Számítsuk ki a következő határértékeket!

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt{x}\sqrt{x-2}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arccos} \operatorname{th} x$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln x}$

7. Határozzuk meg az $f(x) = \operatorname{tg} \operatorname{arccos} \frac{x}{x+1}$ függvény értelmezési tartományát, szakadási pontjait és aszimptotáit!

8. (*) Bizonyítsuk be, hogy $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$.

(Gy) - gyakorló feladatok, (*) - gondolkodtató feladatok