

9. gyakorlat
Matematika A1

1. (Gy) Az alábbi limeszek közül melyikeknél alkalmazható a L'Hospital-szabály? Számítsuk ki a határértékeket!

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x}$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x$ e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

2. (Gy) Mi az abszolút minimuma és maximuma az alábbi függvényeknek a megadott intervallumokon?

a) $\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{3}x^2$ a $[-1, \sqrt{8}]$ -on b) $x^3 + 6x^2 - 15x + 3$ a $[-6, 6]$ -on.

3. (Gy) Írjuk fel az alábbi függvény megadott pont körüli másodrendű Taylor-polinomját, és ezt felhasználva adjunk becslést a megadott c számra!

a) $f(x) = \sqrt[4]{x}$, $x_0 = 16$, $c = \sqrt[4]{18}$ b) $f(x) = x^5$, $x_0 = 1$, $c = 1,038^5$

4. (Gy) Állapítsuk meg, hogy az alábbi függvények hol monoton fogyók, illetve növők, és keressük meg a lokális szélsőértékeiket!

a) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ b) $f(x) = \sqrt{x}e^{1/x}$ c) $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x$

5. A függvény menetének a vizsgálatából állapítsuk meg, hány valós gyöke az $f(x) = x^3 - 3x + 5$ polinomnak!

6. Bizonyítsuk be, hogy $\operatorname{tg} x > x$, ha $x \in (0, \frac{\pi}{2})$!

7. Adott térfogatú hengerek közül melyiknek legkisebb a felszíne?

8. (Gy) Hol vannak lokális szélsőértékei, hol konvexek, illetve konkávok az alábbi függvények?

a) $(x^2 - 2x)e^x$ b) $\arcsin x^2$

9. (Gy) Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényeken!

a) $\sqrt[3]{1 - x^3}$ b) $\frac{\ln x}{x}$ c) $\operatorname{arctg}(1 + \frac{1}{x})$

(Gy) - gyakorló feladatok, (*) - gondolkodtató feladatok