

**12. feladatsor**  
**Matematika A1**

1. (Gy) Számítsuk ki a következő integrálokat a megfelelő helyettesítéssel!

a)  $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}} dx$     b)  $\int \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} dx$     c)  $\int_1^5 \sqrt{15+2x-x^2} dx$     d)  $\int \frac{1}{\cos x} dx$

2. (Gy) Számítsuk ki a két görbe közötti területet:

a)  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$  és  $x + y = 1$     b)  $y = x^2$  és  $y = 2 - x^2$

3. (Gy) Számítsuk ki a következő improprius integrálokat!

a)  $\int_0^\infty x^3 e^{-x^2} dx$     b)  $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$     c)  $\int_{-4}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}} dx$

4. (Gy) Döntsük el (ha szükséges, egy másik integrállal való összehasonlítva), hogy az alábbi improprius integrálok konvergensek-e!

a)  $\int_2^\infty \frac{1}{\sqrt[3]{x^4-1}} dx$     b)  $\int_2^\infty \frac{\sin^3 x}{x^2-x} dx$     c)  $\int_0^1 \ln^2 x dx$

5. (Gy) Számítsuk ki a következő görbék ívhosszát az adott intervallum fölött!

a)  $y = \frac{1}{3}(2x)^{3/2}$ ,  $[0, 4]$     b)  $y = \operatorname{ch} x$ ,  $[0, 3]$

6. (Gy) Számítsuk ki az annak a forgástestnek a térfogatát és felszínét, amelyet a megadott görbedarab  $x$ , illetve  $y$  tengely körüli forgatásával kapunk!

a) Az  $y = \operatorname{ch} x$  függvény  $[0, 3]$  fölötti része az  $x$  tengely körül.

b) Az  $y = \ln x$  függvény  $[1, e]$  fölötti része az  $y$  tengely körül.

(Gy) - gyakorló feladatok, (\*) - gondolkodtató feladatok