

1. Egészítsük ki az alábbi állításokat, definíciókat! (11 pont)

(a) c ugráshelye f -nek, ha a
 és
 határértékek léteznek és
 de

(b) Cauchy-féle középértéktétel: Ha f és g

..... és
 továbbá g' -nek nincs zérushelye (a, b) -n, akkor van
 olyan $c \in (a, b)$, hogy

.....

(c) Newton-Leibniz-tétel: Ha f és F

$[a, b]$ -n, és $f(x) = \dots\dots\dots$ minden $x \in (a, b)$ -re, akkor

$$\int_a^b f(x) dx = \dots\dots\dots$$

(d) Egy $[a_n]$ sorozat határértéke A , ha

$$\forall \varepsilon > 0 \dots\dots\dots$$

2. Az alábbi állítások mindegyike hamis. Adjunk rájuk ellenpéldát és javítsuk ki az állítást úgy, hogy igaz legyen!

a) Ha az f valós függvény kétszer differenciálható (a, b) -n, és $c \in (a, b)$ -ben $f''(c) = 0$, akkor c -ben f -nek inflexiós pontja van. (2 pont)

b) Minden legalább elsőfokú valós polinom felbontható elsőfokú valós polinomok szorzatára. (2 pont)

3. Oldjuk meg az alábbi rövid feladatokat!

a) Írjuk fel az $\frac{5+i}{2+3i}$ komplex számot algebrai és trigonometrikus alakban! (2 pont)

b) Mi a $(3, -4, 2)$ vektor vetületvektora a $(2, -1, 1)$ vektorra? (2 pont)

c) Határozzuk meg az $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ függvény limeszét 0-ban és ∞ -ben! (4 pont)

d) Hol monoton növény és hol monoton fogyó az $x^2 \ln x$ függvény? (3 pont)

4. Oldjuk meg az alábbi rövid feladatokat!

a) Rajzoljuk be, hogy az $[a, b]$ -n értelmezett f függvényre melyik tulajdonságból melyik következik! (3 pont)

differenciálható

integrálható

folytonos

b) Adjuk meg az $\int_{-1/2}^2 \frac{1}{x+1} dx$ integrál $P = \{-\frac{1}{2}, 0, 1, 2\}$ felosztáshoz és $\mathbf{c} = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2)$ reprezentánsrendszerhez tartozó integrálközelítő összegét! (2 pont)

d) $\int_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$ (3 pont)

c) Adjuk meg az alábbi függvények értelmezési tartományát és értékkészletét! (4 pont)

	értelmezési tartomány	értékkészlet
$\operatorname{cth} x$		
$\cos(\arccos x)$		

6.

a) Mondjuk ki és bizonyítsuk be a skaláris szorzat koordinátás alakjára vonatkozó tételt 2 dimenzióban! (3 pont)

5. Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

a) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ (4 pont)

b) Mondjuk ki és bizonyítsuk be a Rolle-tételt! (6 pont)

b) $\int_2^{\infty} \frac{2}{x^2+4} dx$ (5 pont)

c) $\int x \sin(2x) dx$ (4 pont)