Kombinatorika feladatmegoldó szeminárium
1. feladatsor

Soltész Dániel <protosdrone@gmail.com>
Kovács István <kovika91@gmail.com>
http://www.math.bme.hu/∼solteszd/kombifelmegszem.html

2014. február 17.

(1) Bizonyítsuk be, hogy ha G egy teljes irányított gráf és nem erősen összefüggő, akkor van olyan éle amit megfordítva erősen összefüggővé tehető!

(2) Bizonyítsuk be, hogy bármely háromszögmentes gráf beágyazható egy elég nagy Mycielski gráfba.

(3) Bizonyítsuk be, hogy ha G összefüggő gráf páros sok éllel, akkor az élhalmaza particionálható cseresznyékre.

(4) Igaz-e, hogy egy gráf akkor és csak akkor perfekt, hogy ha van olyan független halmaza, ami minden maximális klikkébe belemetsz?

(5) Bizonyítsuk be, hogy a következő három állítás minden összefüggő G gráfra ekvivalens!

- G minden legalább négy hosszú körének van húrja.
- Fel lehet sorolni G csúcsait úgy, hogy minden csúcsra igaz, hogy a nála nagyobb sorszámú szomszédai klikket alkotnak.
- G egy fametszet gráf, azaz létezik egy T fa, és G minden csúcsának megfeleltethetünk egy részfát T-ben úgy, hogy két csúcs akkor és csak akkor szomszédos, hogy ha a nekik megfelelő részfáknak összemetszenek.

(6) Adjunk kombinatorikus bizonyítást a következő egyenlőségre:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{2n-2k}{n-k} \binom{2k}{k} = 4^n$$

(Van nem kombinatorikus bizonyítása is, azt sem könnyű megtalálni!)