

Kombinatorika feladatmegoldó szeminárium

3. feladatsor

Soltész Dániel <protosdrone@gmail.com>

Kovács István <kovika91@gmail.com>

<http://www.math.bme.hu/~soltesz/kombifelmegszem.html>

2014. március 3. IB 134. 16:15-től

(1) Létezik-e a természetes számoknak olyan felsorolása (mindegyiket használni kell) ahol az első n szám összege mindig osztható n -nel?

(2) A gráfok gyenge szorzatát (más néven VAGY szorzatát) a következőképpen definiáljuk: legyenek G, H gráfok, $V(G \times H) := \{(u, v) : u \in V(G), v \in V(H)\}$. Él akkor van két ilyen rendezett pár között, ha az első koordinátának megfelelő csúcsok szomszédosak G -ben, VAGY a második koordinátának megfelelő csúcsok szomszédosak H -ban. Bizonyítsuk be, hogy a $\omega(G)^2 \leq \omega(G \times G)$ és nincs mindig egyenlőség!

(3) Bizonyítsuk be, hogy egyszerű 4-reguláris síkgráfban soha nem létezik a csúcsoknál váltakozó 2-színezése az éleknek.

(4) Tekintsünk egy teljes gráfot aminek a csúcsai a valós számok. Bizonyítsuk be, hogy létezik az éleknek olyan színezése a természetes számokkal, hogy nincs egyszínű háromszög!

(5) Bizonyítsuk be, hogy:

$$\sum_{i=0}^u (-1)^i \binom{u+v+d}{u-i} \binom{d+i-1}{i} = \binom{u+v}{u}.$$

(6) Bizonyítsuk be, hogy egy k -kromatikus gráf éleit tetszőlegesen két színnel színezve van olyan k pontú részfa, amelynek élei ugyanolyan színűek!