Kombinatorika feladatmegoldó szeminárium
4. feladatsor

Soltész Dániel <protosdrone@gmail.com>
Kovács István <kovika91@gmail.com>
http://www.math.bme.hu/∼solteszd/kombifelmegszem.html

2014. március 10. IB 134. 16:15-től

(1) Legyen G egy olyan síkgráf ahol minden tartomány hatszög alakú (a végtelen is). Igaz-e, hogy G-ben van teljes párosítás?

(2) Bizonyítsuk be, hogy egy n számnak ugyanannyi legfeljebb r tagú partíciója van mint ahány olyan partíciója, ahol minden tag legfeljebb r.

(3) Legyen n páratlan. Bizonyítsuk be, hogy egy n csúcsú fa minden automorfizmusának van fixpontja!

(4) Legyen G egy kritikusan k-szorosan összefüggő gráf és legyen H ennek egy k-szorosan összefüggő részgráfja. Bizonyítsuk be, hogy ekkor H is kritikusan k-szorosan összefüggő.

(5) Adott egy k elemű ábécé. Bizonyítsuk be, hogy létezik egy k^n hosszú szó: $a_1, a_2, \ldots, a_{k^n}$ azzal a tulajdonsággal, hogy bármely n hosszú szóhoz létezik egy és csak egy i, hogy $a_i, a_{i+1}, \ldots, a_{i+k-1}$ éppen ez az n hosszú szó ahol az indexeket ciklikusan értjük. Például: $k = 2, n = 2$ esetben a 0011 jó.

(6) Legyen G olyan n csúcsú egyszerű gráf, hogy $\delta(G) \geq 3n/4$. Bizonyítsuk be, hogy G éleinek bármely 2-színezésében van olyan legalább $\delta(G) + 1$ pontú összefüggő részgráf amelynek minden éle ugyanolyan színű.