

# Kombinatorika feladatmegoldó szeminárium

## 5. feladatsor

Soltész Dániel <protosdrone@gmail.com>

Kovács István <kovika91@gmail.com>

<http://www.math.bme.hu/~solteszdkombifelmegszem.html>

2014. március 17. IB 134. 16:15-től

(1) Legyen  $G$  egyszerű gráf, és  $v$  egy csúcsa. Legyen  $G_r$  a  $v$ -től pontosan  $r$  távolságra levő pontok által feszített részgráf. Bizonyítsuk be, hogy

$$\chi(G) \leq \max_r \{\chi(G_r) + \chi(G_{r+1})\}.$$

(2) Legyen  $G$  egy  $2n + 1$  csúcsú egyszerű gráf. Akárhogyan kiválasztva  $n$  csúcsot, van egy rajtuk kívüli csúcs, ami mindegyikkel szomszédos. Bizonyítsuk be, hogy van  $2n$  fokú csúcs.

(3) Bizonyítsuk be, ha egy  $G$  gráfnak létezik jó színezése úgy, hogy minden színt legalább kétszer használtunk, akkor létezik ilyen színezése  $\chi(G)$  színnel is.

(4) Bizonyítsuk be, hogy a végtelen háromszögrács tetszőleges  $k$ -színezésében létezik egy-színű rácsháromszög (a csúcsai rácspontok, az élei pedig a rács mentén futnak).

(5) Bizonyítsuk be, hogy ha adott végtelen sok pont a síkon, úgy hogy bármely kettő közötti távolság egész szám, akkor a pontok egy egyenesen vannak.

(6) Hány királyt helyezhetünk el úgy a  $8 \times 8$ -as sakktáblán, hogy bármelyik legfeljebb egy másikat üt?