Számítási Módszerek a Fizikában 1.
(fizikus szak) 1. pót-/javító zárthelyi
2018. november 15. 8:15–9:45, E.505 terem

1. Adja meg algebrai alakban és ábrázolja a komplex számsíkon a következő egyenletek összes komplex megoldását!

$$a) \qquad e^z = 1 + i\sqrt{3} \qquad\qquad b) \qquad z^4 = 4i$$

(5p+5p)

2. Határozza meg Lagrange-interpolációval azt a legalacsonyabb fokú polinomot, amely áthalad az

$$(x_0, y_0) = (0, 1), \qquad (x_1, y_1) = (1, 0), \qquad (x_2, y_2) = (3, 2)$$

pontokon! Adja meg az interpolációnál felhasznált alappolinomokat is!
(10p)

3. Legyen $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ a háromdimenziós tér egy ortonormált bázisa!
   (a) Határozza meg annak a forgatásnak a tengelyét és szögét, ami az $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ vektort a $\mathbf{b} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$ vektorba, a $\mathbf{b}$ vektort a $\mathbf{c} = \mathbf{k} + \mathbf{i}$ vektorba, és $\mathbf{c}$-t a $\mathbf{a}$-ba viszi!
   (b) Írja fel (az adott bázisban) a fenti forgatás mátrixát!
(4p+6p)

4. Adott a háromdimenziós térben az e és az f egyenes:

$$e : \begin{cases} x(t) &= 2t + 1 \\ y(t) &= -t + 2 \\ z(t) &= t - 5 \end{cases}, \qquad f : x - 3 = \frac{y - 3}{2} = \frac{z - 6}{3}.$$

Határozza meg annak a síknak az egyenletét, ami nem metszi egyik egyenest sem, és mindkettőtől egyforma távol van! (10p)

5. Határozza meg $\mathbb{R}^3$ standard bázisában az

$$A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad \mathbf{r} \mapsto \mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{r})$$

transzformáció mátrixát, ahol $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ és $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ adott vektorok. (10p)

6.

$$\varphi_0(x) = 1, \qquad \varphi_1(x) = \sin(x), \qquad \varphi_2(x) = \cos(x)$$

Legyen $\mathbb{V}$ a φ_0, φ_1 és φ_2 függvények által generált valós vektortér a pontonkénti műveletekkel, és legyen $A : \mathbb{V} \to \mathbb{V}$ az a leképezés, amelyre

$$(Af)(x) = f\left(x + \frac{\pi}{3}\right), \qquad (f \in \mathbb{V})\ !$$

Igazolja, hogy az A leképezés lineáris, és adja meg a mátrixát a $\{\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2\}$ bázisban!
(3p+7p)

Várható jegyhatárok: 24, 33, 42, 51, 60 pont (40%, 55%, 70%, 85%).

Javítás esetén a dolgozatot nem kell beadni, de ha beadják, akkor az új pontszám felülírja a régit, tehát rontani is lehet. Azonban ha a javítással szerzett pontszám 24 pontnál kevesebb, akkor a pontszám 24 pontra módosul, tehát javítással megbukni nem lehet.