

Számítási Módszerek a Fizikában 1.
(fizikus szak) 2. pót-, javító¹ zárthelyi
2018. december 3. 8:15–9:45, H.406 terem

- (a) Definiálja egy lineáris operátor *rangját*!
(b) Definiálja egy vektortérben a *generátorrendszer* fogalmát!
(c) Írja föl az $n \times n$ méretű *determináns* definícióját! (3p+3p+4p)

- Jelölje \mathcal{F} az $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ valós függvények vektorterét a pontonkénti műveletekkel, és definiálja az $A : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ leképezés az

$$(Af)(x) = f(2x - 1), \quad f \in \mathcal{F}$$

formula!

- (a) Igazolja, hogy A lineáris!
(b) Legyen $g \in \mathcal{F}$, $g(x) = x^2$; adja meg az A^2g függvényt!
(c) Határozza meg A inverzét! (3p+3p+4p)
-

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Lineárisan független rendszert alkotnak-e a fenti vektorok \mathbb{R}^4 -ben?
(b) Hány dimenziós alteret generálnak a fenti vektorok? (6p+4p)
- Oldja meg a következő egyenletrendszert a *Cramer-szabállyal*!

$$3a + 2b - 4c = -7$$

$$a - 2c = -3$$

$$2a - 5b - 6c = -5$$

(10p)

- Határozza meg a következő mátrix inverzét a *Gauss-elimináció*n alapuló módszerrel!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad A^{-1} = ?$$

(10p)

- Határozza meg a következő mátrix összes sajátértékét, és két sajátértékhez adjon meg egy-egy sajátvektort is!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(10p)

Várható jegyhatárok: 24, 33, 42, 51, 60 pont (40%, 55%, 70%, 85%).

¹A javító dolgozatot nem kötelező beadni, de ha beadják, akkor rontani is lehet, de megbukni nem.