Számítási Módszerek a Fizikában 1.
(fizikus szak) 1. vizsgadolgozat
2018. december 19. 8:15–9:45, H.607 terem

1. Adja meg a következő egyenlet összes komplex megoldását z-re algebrai alakban! A megoldások halmazát vázlatosan ábrázolja is!

$$\exp(z^2) = -1$$

(Itt exp az e alapú exponenciális függvény, tehát $\exp(x) = \mathrm{e}^x$.) (8p+2p)

2. Mondja ki és bizonyítsa be a *dimenziótételt*! (A bizonyításnál felteheti, hogy a vizsgált vektorterek véges dimenziósak.) (3p+7p)

3. Legyen $\mathcal{P}_3$ a legfeljebb harmadfokú, valós, egyváltozós polinomok vektortere a szokásos (pontonként definiált) műveletekkel. Tekintsük az

$$A : \mathcal{P} \to \mathcal{P}, \qquad p \mapsto Ap, \qquad (Ap)(x) = p(x-1)$$

leképezést!

   (a) Igazolja, hogy A lineáris leképezés!

   (b) Határozza meg a leképezés $[A]$ mátrixát az $\{1, x, x^2, x^3\}$ bázisban!

(3p+7p)

4. Határozza meg a következő egyenletrendszer összes megoldását Gauss-kiküszöböléssel! Mekkora a lineáris egyenletrendszer mátrixának rangja?

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 4z &= 4, & x - y + z &= 1 \\ -2x + 3y &= -1, & 2x + y + z &= 5 \end{aligned}$$

(9p+1p)

5*. (a) Definiálja a *nilpotens* mátrix fogalmát! (2p)

   (b) Mondja ki és igazolja a nilpontes mátrix karakterisztikus egyenletéről tanult tételt! (2p+6p)

6*. Határozza meg az

$$A = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 9 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

mátrix spektrális projekcióit valamint az e^A mátrixot! (7p+3p)

Maximum: 60 pont. A vizsga elégtelen, ha az összpontszám ném éri el a 40%-ot (24 pontot), vagy ha külön a *-os feladatok pontszáma nem éri el a 40%-ot (8 pontot).