Számítási Módszerek a Fizikában 1.
(fizikus szak) 2. vizsgadolgozat
2019. január 3. 8:15–9:45, H.406 terem

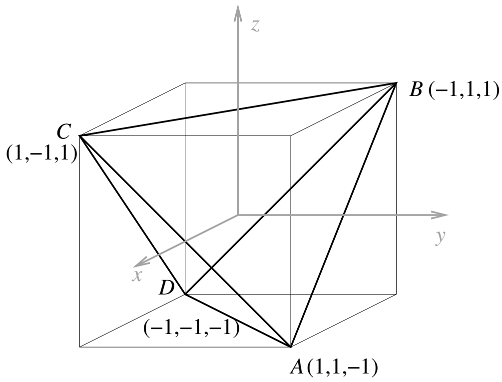
1. Határozza meg a következő egyenletek összes komplex megoldását algebrai alakban! A megoldások halmazát vázlatosan ábrázolja is mindkét esetben!

$$\text{(a)}\quad e^z = 2i \qquad\qquad \text{(b)}\quad z^3 = \frac{-40-32i}{4-5i}$$

(4p+6p)

2. Mondja ki és bizonyítsa be a *Schwarz-egyenlőtlenséget* valós euklideszi térben! (3p+7p)

3. A Φ lineáris transzformáció az ábrán látható szabályos tetraéder A csúcsát a B-be, B csúcsát a C-be és C-csúcsát a D-be viszi. Írja föl a Φ transzformáció mátrixát! Hová kerül a transzformáció hatására a D csúcs? Hányszorosára változtatja a transzformáció a tetraéder térfogatát?



(6p+2p+2p)

4. (a) Definiálja egy lineáris leképezés *rangját*! Hogyan kaphatjuk meg a rangot a leképezés mátrixának ismeretében? Ismertesse (bizonyítás nélkül) a tanult tételt! (Legalább két ekvivalens megfogalmazást adjon a lineáris leképezés rangjára a leképezés mátrixával!) (5p)

   (b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & -5 \\ -3 & -6 & 12 \\ 4 & 5 & -7 \end{bmatrix}$$

   Határozza meg a fenti mátrix rangját! (5p)

5*. (a) Definiálja az *önadjungált leképezés* fogalmát! (2p)

   (b) Mondja ki és igazolja az önadjungált leképezés sajátértékeiről és sajátvektorairól tanult tételt! (2p+6p)

6*.

$$A = \frac{\pi}{6}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

   (a) Határozza meg A sajátértékeit és sajátvektorait! (4p)

   (b) Normális-e az A mátrix? (1p)

   (c) Írja fel a $\sin(A)$ mátrixot! (5p)

Maximum: 60 pont. A vizsga elégtelen, ha az összpontszám ném éri el a 40%-ot (24 pontot), vagy ha külön a *-os feladatok pontszáma nem éri el a 40%-ot (8 pontot).