**Számítási Módszerek a Fizikában 1.**
**(fizikus szak) 3. vizsgadolgozat**
**2019. január 17. 8:15–9:45, H.406 terem**

1. Adja meg a következő mennyiségek valós és képzetes részét!

$$\text{(a)}\quad \ln(-3+3\mathrm{i}) \qquad\qquad \text{(b)}\quad \left(\frac{-4+6\mathrm{i}}{1+5\mathrm{i}}\right)^{2019}$$

(4p+6p)

2. Mi a kapcsolat egy $\mathbb{V} \to \mathbb{V}$ lineáris transzformáció diagonalizálhatósága és a sajátvektorai között? Mondja ki és bizonyítsa be az erről tanult tételt! (3p+7p)

3. Legyen $\mathcal{P}$ a legfeljebb harmadfokú, egyváltozós, valós polinomok vektortere a pontonként értelmezett műveletekkel, és legyen az $A$ leképezés az

$$A : \mathcal{P} \to \mathcal{P}, \qquad (Af)(x) = (x-1)f'(x) \qquad (f \in \mathcal{P})$$

képlettel értelmezve!

   (a) Igazolja, hogy $A$ lineáris! (3p)

   (b) Határozza meg a leképezés $[A]$ mátrixát a $\{b_0, b_1, b_2, b_3\}$ bázisban, ahol $b_k(x) = x^k$ minden $k = 0, 1, 2, 3$-ra! (7p)

4.

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= -5 \\ x + y + pz &= 6 \\ x - y - 2z &= -5 \end{aligned}$$

   (a) A Cramer-szabály segítségével oldja meg a fenti egyenletrendszert $x$, $y$, $z$-re a $p = 1$ paraméterérték mellett! (7p)

   (b) Milyen $p$-re nincs egyértelmű megoldása az egyenletrendszernek? (3p)

5*. (a) Definiálja az *unitér leképezés* fogalmát! (2p)

   (b) Mondja ki és igazolja az unitér leképezések sajátértékeiről és sajátvektorairól tanult tételt! (2p+6p)

6*.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & -4 \\ -2 & 4 & 5 \\ 8 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

   (a) Határozza meg $A$ összes sajátértékét és minden sajátértékhez a hozzá tartozó sajátalteret! (5p)

   (b) Milyen mátrix $A$? (1p)

   (c) Adja meg a $\cos(A)$ mátrixot! (4p)

---

Maximum: 60 pont. A vizsga elégtelen, ha az összpontszám ném éri el a 40%-ot (24 pontot), vagy ha külön a *-os feladatok pontszáma nem éri el a 40%-ot (8 pontot).