

Analízis 1. informatikusoknak (BMETE90AX21) tételsor

Tasnádi Tamás

2017/18. I. félév

Általános információk

- A 90 perces írásbeli vizsga az „Analízis 1. informatikusoknak” (BMETE90AX21) tárgy tananyagát kéri számon. A számonkérés közel három negyede a zárt-helyikhez hasonló feladatmegoldás, egy negyede pedig elméleti rész, amely tételek, definíciók kimondását és egyszerűbb tételek bizonyítását jelenti.
- Az írásbeli vizsgán csak a jegyzetben található deriválttáblázat vagy azzal azonos információtartalmú táblázat használható, más segédeszköz (pl. számológép) nem.
- Az írásbeli vizsgán *-gal jelölt feladat(ok)ban kérjük számon a valós függvények integrálását. **Ebben a részben külön 40%-ot el kell érni az elégséges jegyhez.**
- A vizsgajegy 40% alatt elégtelen, 40%-tól elégséges, 55%-tól közepes, 65%-tól jó és 80%-tól jeles.
- Alapértelmezésként minden, a tananyagban előforduló definíciót és állítást ismerni kell a vizsgán. Ezen kívül bizonyos tételek bizonyítását is tudni kell ismertetni. Ezt pontosítja az alábbi tételsor. A bizonyítással együtt számonkért tételket, állításokat vastag szedéssel jelöljük.

Tételek Analízis 1. témaköréből

1. Komplex számok, polinomok

Komplex számok algebrai, trigonometrikus, exponenciális alakja. Euler-egyenlet. Műveletek komplex számokkal. Komplex számok konjugáltja, abszolút értéke. Komplex polinomok. Az algebra alaptétele.

2. Valós számsorozatok

Valós számsorozatok határértéke, konvergencia fogalma, **határérték egyértelműsége**, Cauchy-tulajdonság, **konvergens sorozat Cauchy** és fordítva. Végtelenhez tartó sorozatok, speciális rendőr-elv. Nagyságrendek összehasonlítása.

Műveletek konvergens sorozatokkal (**összeg, szorzat, reciprok**, hányados, illetve gyökös kifejezések határértéke). **Végtelenhez, illetve 0-hoz tartó sorozatok reciprokának határértéke, korlátos és nullához tartó sorozatok szorzatának határértéke**. Nevezetes sorozatok határértéke (n^k , a^n , $\sqrt[p]{p}$, $\sqrt[n]{n}$, $(1+x/n)^n$), **rendőr-elv. Konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens**. Bolzano–Weierstrass kiválasztási tétel. Teljes indukció és alkalmazása rekurzív sorozatok konvergenciájának meghatározásához. Sorozat torlódási pontjai, limesz superior, limesz inferior.

3. Függvények határértéke, folytonossága, elemi függvények

Függvények pontbeli határértéke, folytonossága. Átviteli elv. Műveletek határértékekkel (**összeg, szorzat**, hányados). Szakadási helyek osztályozása. Nevezetes határértékek (pl. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$).

Elemi függvények (polinomok, hatvány-, trigonometrikus, exponenciális, hiperbolikus függvények és inverzeik.) folytonossága. **Összeg-, szorzat-, reciprok-, hányadosfüggvény, összetett függvény, inverz függvény folytonossága**. Kompakt halmazon folytonos függvényekre vonatkozó tételek (Bolzano-tétel, Weierstrass I. és II. tétele) és következményeik. Inverz függvény definíciója, létezése, trigonometrikus függvények inverzei, hiperbolikus függvények és inverzeik. Egyenletes folytonosság, Heine-tétele.

4. Valós függvények differenciálszámítása

Differenciálhányados fogalma, differenciálhatóság szükséges és szükséges és elégséges feltétele, kapcsolat az érintőegyenessel. Differenciálási szabályok (**összeg, szorzat, reciprok**, hányados, kompozíció, inverz deriváltja). Magasabbrendű deriváltak. Elemi függvények (hatványfüggvények, exponenciális, trigonometrikus, hiperbolikus függvények és inverzeik) deriváltjai.

5. A differenciálszámítás alkalmazásai

Érintőegyenenes egyenlete. Lokális szélsőérték fogalma, kapcsolata a deriválttal (**szükséges feltétel**, elégséges feltétel). **Rolle-tétel**, Lagrange-tétel. **Integrálszámítás I. alaptétele**. L'Hospital-szabály.

Intervallumon folytonos függvények tulajdonságai (monotonitás, konvexitás, inflexió), kapcsolat a deriváltakkal. Implicit megadású függvények deriválása, paraméteres megadású görbék. Függvényvizsgálat lépései, abszolút szélsőértékek meghatározása.

6. Határozatlan integrál

Primitív függvény, határozatlan integrál. Elemi függvények határozatlan integrálja, deriválási szabályok következményei a határozatlan integrálra. Integrálási módszerek (helyettesítés, **parciális integrálás**, racionális törtfüggvények integrálása).

7. Határozott integrál és alkalmazásai

Alsó- és felső közelítő összegek, finomodó felosztások, határozott integrál, Riemann-integrálhatóság, oszcillációs összeg. Newton–Leibniz tétel. Az integrálszámítás középértéktétele, Riemann-integrálható függvény abszolút értéke. Integrálfüggvény, az integrálszámítás második alaptétele. Improprius integrál. Görbék ívhossza, forgástestek felszíne, térfogata.