

1. feladat (5+10=15 pont)

- a) Hogyan kaphatjuk meg egy z komplex szám n -edik gyökeit? (Adja meg a formulát tetszőleges n pozitív egész szám esetén!)
- b) Adja meg algebrai alakban az $iz^2 + 2(\sqrt{3} - i) = 0$ egyenletnek az összes megoldását!

2. feladat (14 pont)

Legyen $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 8 - \frac{15}{a_n}$ rekurzíve adott sorozat! Mutassa meg, hogy minden $n \in \mathbb{N}$ esetén $3 \leq a_n \leq 5$ teljesül! Indokolja meg, hogy (a_n) konvergens, és határozza meg a határértékét!

3. feladat (12 pont)

Hol és milyen típusú szakadása van az $f(x) = \arctg \frac{1}{x+1} + x \operatorname{arcctg} \frac{3}{x}$ függvénynek?

4. feladat (8+12=20 pont)

- a) Mondja ki és igazolja a szorzatfüggvény deriválási szabályát!
- b) Keresse meg azokat az intervallumokat, amelyeken az $f(x) = xe^{-5x^2}$ függvény konvex, illetve konkáv! Hol van inflexiója az f függvénynek?

5. feladat (6+7=13 pont)

(a) $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 5}} dx = ?$

(b) $\int (3x + 1)e^{2x} dx = ?$

6. feladat (4+10=14 pont)

- a) Mondja ki a Newton-Leibniz tételt!
- b) Számolja ki az $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^3 x \cos^2 x dx$ integrált!

7. feladat (12 pont)

Számolja ki az $\int_4^\infty \frac{2}{x^2 - 9} dx$ integrált!
