

1. feladat (16+6=22 pont)

a) Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet. (A megoldást elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{\sqrt{y^2 + 1}}{x^2 + 2x} \quad (x \neq 0, -2)$$

b) Adjuk meg az összes olyan f számsorozatot, amelyre teljesül az

$$f(n) = \frac{5}{4}f(n-1) - \frac{1}{4}f(n-2) \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$$

lineáris rekurzió.

2. feladat (20 pont)

Oldjuk meg az

$$\frac{y'}{x} = \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} \quad (x \neq 0, y \neq 0)$$

differenciálegyenletet az $y(1) = 1$ kezdeti feltétel mellett. A megoldást explicit alakban adjuk meg.

3. feladat (18 pont)

Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását.

$$y''' + 2y'' = 8e^{2x}$$

4. feladat (7+7+8=22 pont)

Konvergensek-e az alábbi sorok?

a) $\sum_{n \in \mathbb{N}} ne^{-n-2}$

b) $\sum_{n \in \mathbb{N}} \arctg(n)$

c) $\sum_{n \in \mathbb{N}} (-1)^n \frac{\sin(2^n)}{3^n}$

5. feladat (3+15=18 pont)

a) Mikor nevezünk egy numerikus sort feltételesen konvergensnek? (Írjuk le a definíciót.)

b) Divergens, abszolút konvergens vagy feltételesen konvergens a

$$\sum_{n \in \mathbb{N}^+} (-1)^n \frac{2n-1}{n^2+2}$$

sor?

6. feladat (plusz 10 pontért)

Konvergense-e a $\sum_{n \in \mathbb{N}^+} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ sor?