1. feladat (12+8 pont)
a) Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (A megoldást elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-3y^2}\operatorname{ch}(3x)}{y}$$

b) Rajzoljuk fel az

$$y' = y^2 + 1 + x^2 - 2x$$

differenciálegyenlet $K_1 = 1$-hez és $K_2 = 9$-hez tartozó izoklináját, és jelöljünk be rajtuk egy-egy vonalelemet!

2. feladat (20 pont)
Az $u := y^5$ helyettesítéssel oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Explicit alakban adjuk meg az általános megoldást!)

$$5y^4y' + 2xy^5 = e^{-x^2}\ln(x) \quad (x > 0)$$

3. feladat (20 pont)
Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' - 6y' + 10y = 13\cos(x)$$

4. feladat (7+7+7=21 pont)
Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$a)\ \sum_{n\in\mathbb{N}^+} \frac{\cos^{2n}(n^3)}{n^2} \qquad b)\ \sum_{n\in\mathbb{N}} \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^n \qquad c)\ \sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{2+6^n}{n^2+1+3^{2n}}$$

5. feladat (5+14=19 pont)
a) Mit mond ki az integrálkritérium?
b) Konvergens-e a

$$\sum_{n\in\mathbb{N},\, n\geq 2} \frac{1}{n\ln^3(n)}$$

numerikus sor? Amennyiben igen, adjunk nemtriviális felső becslést az elkövetett hibára, ha a sor összegét az $S_{99} = \sum_{n=2}^{99} \frac{1}{n\ln^3(n)}$ részletösszeggel közelítjük.

IMSc feladat (15 IMSc pont) Határozzuk meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 6n + 4}$$

összeget.
(Ha az összeg meghatározása nem sikerül, akkor legfeljebb **5 IMSc pontért** adjunk olyan $K_1 \in \mathbb{R}$ alsó és $K_2 \in \mathbb{R}$ felső becslést az összegre, amelyekre $K_2 - K_1 \leq 0{,}2$.)