1. feladat (12+10=22 pont)
Milyen $x \in \mathbb{R}$ esetén konvergensek az alábbi sorok? A *b*) részben adjuk meg a hatványsor összegfüggvényét is.

$$a)\ \sum_{n\in\mathbb{N}^+} \frac{(x+2)^n}{3n\cdot 2^n} \qquad\qquad b)\ \sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{x^{4n+2}}{(2n+1)!}$$

2. feladat (20 pont)
Határozzuk meg az alábbi függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az $f^{(99)}(0)$ deriváltat.

$$f(x) := \frac{1}{(4-x)^2} \quad (x \in \mathbb{R}\setminus\{4\})$$

3. feladat (6+10=16 pont)

a) Mit mond ki a határértékre vonatkozó átviteli elv? ($\mathbb{R}^n \rightarrowtail \mathbb{R}$ függvények esetén)

b)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \sin\left(x^2y\right)\cdot\cos\left(\frac{1}{x^2+2y^6}\right) = ?$$

4. feladat (10+4=14 pont)
Legyen

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{3x\,\mathrm{ch}(y)}{x^2+2y^2} & \text{, ha } (x,y)\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\} \\ 0 & \text{, ha } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

a) Számítsuk ki f elsőrendű parciális deriváltjait a sík minden pontjában.

b) A sík mely pontjaiban differenciálható (totálisan) f? (Indokoljunk.)

5. feladat (16+6+6=28 pont)
Legyen

$$f(x,y) := x^3+y^3-3xy \quad \left((x,y)\in\mathbb{R}^2\right).$$

a) Határozzuk meg f lokális szélsőértékeit és ezek típusát.

b) Számítsuk ki az f függvény $(-1,1)$ pontbeli $\underline{v} := \frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1)$ irány menti deriváltját.

c) Határozzuk meg az f függvény $(-1,1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét.

6. feladat (plusz 10 pontért)
Egyenletesen konvergens-e $\mathbb{R}$-en a sin függvény 0 középpontú Taylor-sora?