

**1. feladat (13 pont)**

Oldja meg az

$$y''' - 2y'' - 3y' = 16e^{-x}$$

differenciál-egyenletet!

**2. feladat (12 pont)**Adja meg a következő függvények  $x_0 = 4$  körüli Taylor-sorát, és annak konvergenciasugarát!

a)  $f(x) = e^{2x}$  ;

b)  $g(x) = \frac{2}{x-2}$  .

**3. feladat (14 pont)**

Legyen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^4 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Létezik-e határértéke  $f$ -nek az origóban?  
 b)  $f'_x(x, y) = ?$  (Az origóban is!)  
 c) Totálisan deriválható-e  $f$  az origóban?

**4. feladat (19 pont)**a) A többváltozós függvény totálisan deriválható az  $a$  pontban. Mit tud a parciális deriváltjairól? Mondja ki és bizonyítsa be a tanult tételt!

b)

$$f(x, y, z) = x^2(y + 1) + x^z, \quad P_0(1, 0, 2)$$

$$\text{grad}f(P_0) = ?$$

$$\min \left. \frac{df}{d\underline{e}} \right|_{P_0} = ? \quad \text{Milyen irányban kapjuk? } (\underline{e} = ?)$$

- 5. feladat (8 pont)\*** Legyen  $T$  az origót a  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  ponttal összekötő szakasz, az  $y$  tengely és a  $\cos(x)$  görbe által határolt korlátos tartomány!  
 Határozza meg az alábbi integrál értékét!

$$\iint_T y \sin x \, dT$$

**6. feladat (10 pont)\***

Számolja ki a  $z = x^2 + y^2$  és a  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  felületek által határolt korlátos térrész térfogatát!

**7. feladat (7 pont)\*** Adja meg a következő komplex számok képzetes részét!

a)  $w_1 = \sin(3 - 3i)$

b)  $w_2 = \ln(3 - 3i)$

c)  $w_3 = e^{3-3i}$

**8. feladat (17 pont)\***

a) Mondja ki az  $f(x+iy) = u(x, y) + i v(x, y)$  komplex függvény differenciálhatóságának elégséges feltételét!

b) Hol deriválható, és hol reguláris az

$$f(x + jy) = 2x^3 + y^2 + i(3xy^2)$$

függvény?

c) Mutassa meg, hogy az  $u(x, y) = e^x \cos y$  függvény harmonikus az egész síkon!

---

A \*-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!

---

Pótfeladatok (Csak az elégséges és közepes vizsgajegy eléréséhez javítjuk ki):

**9. feladat (8 pont)** Oldja meg a

$$y' = \frac{xy}{\ln y} \quad (y > 1)$$

differenciálegyenletet! (Elég a megoldást implicit alakban megadni.)

**10. feladat (12 pont)**

Írja fel az

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - 5x^2}}$$

függvény  $x_0 = 0$  pontra támaszkodó Taylor sorát és adja meg annak konvergenciasugarát!

Írja fel a sor első négy nem nulla tagját elemi műveletekkel!

$f^{(12)}(0) = ?$