

## Mathematica feladatok

### 1. Majmok az írógépnél (Komjáthy Julcsi)

Mi a várható értéke egy adott szó első megjelenésének? (Kezdjük az  $n$  db 0-val.) Szimuláció a várható értékre különböző szavaknál, sejtés megfogalmazása. Bizonyítás Mathematicával tetszőleges szóra. Szavak versenye...?

### 2. Bolyongás (Ruppert László)

Szimmetrikus bolyongó részecske a számegyenesen. Aszimptotikusan az idő hányadrésztében vagyunk a pozitív részen? (Mi a valószínűsége, hogy az időnk  $p$ -edrészénél kevesebbet vagyunk a pozitív részen  $n \gg 1$  lépés után?)

Szimuláció, sejtés, bizonyítás... (Segíthet először annak meghatározása, hogy milyen valószínűséggel érünk vissza az  $n$ -dik lépésben *először* a 0-ba.)

Esetleg két-dimenzióban, esetleg más rácson (mi az értelmes kérdés?)

### 3. (Móra Péter)

Milyen valószínűséggel lépünk rá a 100-ra (ill. nagy  $n$ -re), ha egy dobókocka szerint lépdelünk. Mi van, ha más (nem szabályos) sorsolás szerint lépdelünk?

Szimuláció, rekurzió felírása, megoldása, bizonyítás.

Bolyongás véges gráfokon. Mi lesz az eloszlás  $n$  lépés után? Határeloszlás?

Szimuláció, rekurzió felírása, megoldása, bizonyítás.

### 4. Komplex fv-tan (Marák László)

Komplex fv-ek ábrázolása. (Valós, képzetes rész; abszérték, szög; esetleg az utóbbi kettő egyben)

Cauchy-Riemann egyenletek ellenőrzése (két beadott fv lehet-e egy komplex diffható fv valós és képzetes része...)

Pólusok jellemzése ábrákkal, aszimptotikus viselkedés demonstrálása

Maximum-elv demonstrációja

Más tételek demonstrációja

### 5. Híres azonosságok belátása a Mathematica segítségével (Bokor Mihály Bence)

$$\pi^2/6, \pi \cot(\pi x) = 1/x + \sum_n \frac{1}{x+n} + \frac{1}{x-n}, \zeta(2n)$$

Más azonosságok a "könyvből", és máshonnan...

Buffon féle tűprobléma

### 6. Dominók (Kovács Tamás)

(Esetleg: milyen tartományok fedhetők le  $2 \times 1$ -es dominókkal.)

Hányféleképpen lehet lefedni egy  $2 \times n, 3 \times n$ -es táblát.  $n \times n$ -es tábla? (Majd adok segítséget...)

### 7. Véletlen gráfok szimulációja (Csóke Attila)

Erdős-Rényi gráfok: egy teljes  $n$ -es gráfban mindegyik élt egymástól függetlenül egy adott  $p$  valószínűséggel megtartunk, a többit kitöröljük. Vizsgáljuk  $p$  függvényében

a legnagyobb összefüggő komponens méretét, azt tapasztalhatjuk hogy egy bizonyos  $p = p(n)$  értéknél ugrásszerűen megnő az érték (megjelenik egy „óriás” komponens). Készítsünk szimulációt és sejtjük meg a kritikus  $p(n)$ -et.

Véletlen fák növekedése: keresd meg Rudas Annát (rudasa@math.bme.hu).

## 8. Fraktálok (Bárány Balázs)

Ábrázoljunk minél több fraktált, iterációval illetve direkt módon (Sierpinski háromszög, Koch görbe...) Határozzuk meg a dimenzióját, illetve hogy az  $n$ -dik iteráltak milyen pontossággal közelítik a valódi értéket.

Általános Cantor-típusú halmazok konstrukciója és ábrázolása.

Mandelbrot halmaz ábrázolása.

## 9. Analízis (Vörös Gergő)

Egy négyzet négy csúcsába raktunk egy-egy hőérzékelő rakétát. Mindegyik rakéta a tőle jobbra lévőre van állítva: egy adott konstans sebességgel repül feléje (persze az irány folyamatosan változik). Írjuk le a 4 rakéta mozgását addig a pillanatig, amíg össze nem ütköznek középén. Oldjuk meg szabályos  $n$ -szögre is!

Szimuláljuk a mozgást, próbáljuk a Mathematica segítségével megoldani numerikusan és pontosan is a feladatot.

Tegyük fel, hogy egy 1 literes boros palack lóg egy pincében úgy, hogy közvetlenül alatta egy nyitott 1 literes vizes palack van. Mindkét palack alján egy kis lyuk van, amin (tegyük fel) konstans sebességgel folyik ki a megfelelő folyadék. Tehát a boros palack lassan kiürül, a vizes palack mindig tele van, de a borkoncentrációja növekszik.

Feltéve, hogy a két folyadék rögtön és tökéletesen elegyedik egymással, adjuk meg a borkoncentrációt abban a pillanatban, amikor a boros palack kiürül.

## Néhány általános jótanács

- **OLVASSUK A HELPET!**
- használjunk segédfüggvényeket bonyolultabb feladatok szétbontásához, egyszerűsítéséhez
- használjuk ki a különböző típusú értékadások tulajdonságait ( $=$ ,  $:=$ ,  $\rightarrow$ )
- programok írására használjunk **Module**-t, de egyszerűbb iteratív eljárásokat oldjuk meg az elegánsabb (és gyorsabb) **Nest**, **Fold** stb. függvényekkel
- **Map**, **Apply** használata
- használjuk ki a program lista-kezelési lehetőségeit, az ehhez kapcsolódó beépített függvényeket
- az ábrázolásoknál (**Plot**, **Plot3D**, **ParametricPlot**, **ListPlot**, stb.) nézzünk utána, és használjuk a lehetséges opciókat