

zh1 zh2 szóbelire készültem | vizsga zh1+zh2+vizsga JEGY

1. (a) Adja meg a p_i ($i = 0, 1, 2, \dots$) diszkrét eloszlás várható értékének a definícióját!

(b) Tegyük fel, hogy a rigófészkekben található tojások X száma a lentebbi táblázat szerinti eloszlást követi. Számolja ki X várható értékét! Felhasználva, hogy az $X = i$ esemény relatív gyakorisága – nagy kísérletszám esetén – közel van a p_i valószínűséghez, írja le annak a vázlatos bizonyítását, hogy sok rigófészket megfigyelve a tojások számának az átlaga közel van a várható értékéhez!

i	0	1	2	3	4
p_i	0.15	0.25	0.30	0.20	0.10

2. A fagyaltos nap mint nap dél és 5 óra között egyenletes eloszlás szerint érkeznek a strandra, 1 órán át árulja portékáját, aztán elmegy. Mi a valószínűsége, hogy összefutok a fagyissal, ha én

(a) 2 -kor érkezem, és 1.5 órát töltök ott?

(b) a fagyistól függetlenül egyenletes eloszlás szerint érkezem 2 és 3 között, és 1.5 órát töltök ott?

Mindkét esetben világosan kell tálni, hogy az Ön megoldásában mi az eseménytér, és azon belül mi a kedvező kimenetek halmaza, mert az értékelésnél ez sokat számít!

3. A nikkel bolhák, amikor forró fémlapra helyezik őket, ugranak egyet, és már végük is van. Az X valószínűségi változó jelentse azt, amekkorát ilyenkor egy nikkel bolha ugrik (méterben mérve).

(a) Ha Önnek lenne 800 nikkel bolhája, hogyan ellenőrizné, hogy X rendelkezik-e az örökifjú tulajdonsággal? Írja le, hogy a mindennapi gyakorlatban kísérleti eredményekből relatív gyakoriságokkal hogyan lehet az örökifjú tulajdonságot – ha csak többé-kevésbé is, de mégis valamennyire – ellenőrizni!

(b) Tegyük fel, hogy a kísérlet azt adja, hogy X rendelkezik az örökifjú tulajdonsággal. **(b1)** Vezesse le az örökifjú tulajdonságból, hogy X jobboldali eloszlásfüggvénye eleget tesz a $T(s+t) = T(s)T(t)$ egyenletnek! **(b2)** Mutassa meg, hogy az exponenciális eloszlás jobboldali eloszlásfüggvénye is eleget tesz a $T(s+t) = T(s)T(t)$ egyenletnek!

4. Azon túl, hogy a bolhák ugrásainak a nagysága exponenciális eloszlást követ, tegyük fel még azt is, hogy a bolháknak kb. a fele ugrik nagyobb, mint 3.5 méter. Kb. mennyi a 800 ugrás nagyságának

(a) az átlaga?

(b) négyzetének az átlaga?

Vagy számolja ki a kért értékeket, vagy – ha tudja fejből a megfelelő képletet, dicsekedjen vele, és – adja meg a megfelelő magyarázatot!

5. Számítógéppel generálok két független, 0 és 1 között egyenletes eloszlást követő RND_1 , RND_2 random számot. A másodikból köbgyököt vonok, így kapom Y -t: $Y = (RND_2)^{\frac{1}{3}}$. Ezek után Y -t megszorozom az elsővel, így kapom X -et: $X = Y RND_1$.

(a) Határozza meg (X, Y) sűrűségfüggvényét

(b) Határozza meg az X és Y közötti kovarianciát!

6. Tegyük fel, hogy (X, Y) sűrűségfüggvénye $f(x, y) = 3y$ ($0 < x < y < 1$). Milyen függvénnyel tippeljünk X -ből Y -ra, ha az a cél, hogy

(a) a hiba négyzetének a várható értéke minimális legyen?

(b) a hiba abszolút értékének a várható értéke minimális legyen?

Határozza meg a kért függvények képletét!