

## Első valószínűségszámítás pótzárthelyi, 2016-10-26, 18 óra, FELADATOK ÉS PONTOZÁS

Minden feladat 5 pont.

1. (a) Egerész Professzor akadémiai székfoglalójának vázlatában 10 éves kislány meglátta, hogy egy mama-egér kölykeinek száma olyan valószínűségi változó, melynek az 5 helyen a baloldali eloszlásfüggvénye  $1/10$ , a jobboldali eloszlásfüggvénye  $9/10$ . A kislány elcsodálkozott: Hát még itt is a politikáról van szó! Egerész Professzor érthetően elmagyarázta, hogy ezek a sok éves kutatáson alapuló komoly eredmények mit jelentenek. Ön is így magyarázza el!  
*Egy 10 éves gyerek általában nem tudja, mit jelent a "valószínűség", ezért ezt a fogalmat most itt nem szabad használni!*  
**2 pont**, ha jó a magyarázat
- (b) Magyarázza el "egyetemi szinten" is, hogy mit jelentenek a fenti tények!  
**2 pont**, ha jó a magyarázat
- (c) Számolja ki annak a valószínűségét, hogy egy mama-egér kölykeinek száma pontosan 5?  
**1 pont**
2. Tegyük fel, hogy a kóbor macskák 5 százaléka színvak. Valaki a kóbor macskákat vizsgálja egy (kissé vacak) macska-tesztel, hogy a macska színvak-e vagy sem. Tegyük fel, hogy a teszt mindkét irányban tévedhet: színeket látó kóbor macska esetén 0.9, színvak kóbor macska esetén 0.8 a valószínűsége annak, hogy a teszt helyes eredményt ad. Ha egy kóbor macskával kapcsolatban 3 független vizsgálat közül az első azt jelzi, hogy a macska látja a színeket, de a második és a harmadik azt jelzi, hogy színvak, akkor mi a valószínűsége annak, hogy a macska színvak?  
**3 pont** ha a gondolatmenet 1 vizsgálat esetén jó lenne  
**+2 pont** ha a gondolatmenet 3 vizsgálatra jó
3. Egerész Professzor reggelente busszal és metróval megy az egyetemre. Mindegyikre a végállomásán száll fel. A busz minden egész órákor indul a végállomásról, és utána szabályosan 12 percnként. A metró is minden egész órákor indul a végállomásról, és utána szabályosan 6 percnként.
  - (a) Egészítse ki a szöveget Egerész Professzor olyan szokásaival és/vagy olyan körülményekkel, hogy jogos legyen feltételezni azt, hogy a várakozási idő a buszra és a várakozási idő a metróra független, egyenletes eloszlású valószínűségi változók!  
*Ne sokat írjon, hanem okosat! Olyan szokásokat és/vagy körülményeket találjon ki, ami alátámasztja azt, hogy bár a járművek pontos menetrend szerint indulnak, mégis:*
    - *felbukkan a véletlen,*  
**1 pont**
    - *az egyenletes eloszlás mindkét szer jogos,*  
**1 pont**
    - *a függetlenség elfogadható!*
  - (b) Mi a valószínűsége, hogy Egerész Professzornak többet kell várnia a metróra, mint a buszra, és a várakozással eltöltött összes ideje több, mint 6 perc?  
*A (b) kérdés egyetlen kérdés!*  
**3 pont**
4. A "Fussunk együtt!" mozgalom keretében tegnapelőtt futóversenyt rendeztek a Pilisben. A kérdőívek tegnapi elemzése után a Bölcs Statisztikus kijelentette, hogy egy emberben a 2 kullancs valószínűsége kétszer akkora, mint a 4 kullancs valószínűsége.
  - (a) Holnap én is végigfutom a pályát. Mi a valószínűsége annak, hogy megúszom kullancs nélkül?  
*A Bölcs Statisztikus kijelentésére támaszkodva képlettel adja meg a valószínűség numerikus értékét!*  
Poisson eloszlást használ **1/2 pont**

a paramétert jól keresi **1/2 pont**  
a paramétert jól megtalálja **1/2 pont**  
a 0 valószínűségét formulával jól felírja **1/2 pont**

(b) Az erőpróba után bennem hány kullancs a legvalószínűbb?

*Ne csak az eredményt közölje! Látszódjon, hogy honnan veszi a választ!*

válasz jó **1/2 pont**

és kiderül, hogy honnan kapta **1/2 pont**

(c) Indokolja meg, miért éppen azt az eloszlást használta, aminek segítségével válaszolt az (a) és (b) kérdésekre!

*Korrekt indoklást kérünk.*

Ha látszik, hogy itt most mik azok az események **1/2 pont**,

amiből sok van **1/2 pont**,

mind kis valószínűségű **1/2 pont**,

és függetlenek **1/2 pont**

5. **Extra feladat iMSc diákoknak.** Párhuzamos egyeneseket húzunk egy nagy papírra egymástól 5 cm távolságra.

Az egyenesekre merőlegesen újabb párhuzamos egyeneseket húzunk 20 cm távolságra. Egy 10 cm hosszú gyufát elég magasról hetykén leejtünk. Mi a valószínűsége annak, hogy a gyufa nem metsz semmilyen egyenest sem?

**1 pont** ha megvan a két valószínűségi változó, amivel meg lehet oldani a példát

**1 pont** ha megvan a kétdimenziós eseménytér

**1 pont** ha megvan a kedvező kimenetek halmaza

**1 pont** ha a kedvező kimenetek halmazának a területe fel van írva jól

**1/2 pont** ha a valószínűség fel van írva jól

**1/2 pont** ha a valószínűség ki van számolva jól ( $\pi$  segítségével fel van írva)