Matematika EP1 vizsga, 2014. jún. 3.

I. rész: Számítási feladatok

1. Határozzuk meg az

$$a_n = \left(\frac{3+n}{4+n}\right)^{n^2}$$

   sorozat határértékét.

2. Az a és b valós paraméterek mely értékére lesz az

$$f(x) = \begin{cases} a & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{\sin 2x - 2\sin x}{x^2 \sin x} & \text{ha } 0 < x < \pi \\ bx & \text{ha } x \geq \pi \end{cases}$$

   függvény folytonos?

3. Számítsuk ki az $x(t) = e^t \cos t$, $y(t) = e^t \sin t$ paraméteresen adott görbe $t_1 = 0$ és $t_2 = 1$ közé eső darabjának ívhosszát.

4. Adjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszert összes megoldását.

$$\begin{aligned} x + 5y + 2z &= 11 \\ 2x + 8y + 3z &= 16 \\ -2x + y &= 5 \end{aligned}$$

5. Mennyi a $(6, 2, -2)$ pont és a $3x - 6y + 2z = 9$ egyenletű sík távolsága?

6. Számítsuk ki az $(1, 2, 3)$ és $(-3, -2, -1)$ vektorok vektoriális szorzatát.

II. rész: Elméleti feladatok

7. Mit jelent az, hogy a t valós szám az a_n sorozat torlódási pontja? Mit mondhatunk még a_n-ről, ha korlátos és csak egy torlódási pontja van?

8. Mit mond ki a L'Hospital-szabály? Indokoljuk meg, miért használható az alábbi esetben és számítsuk ki segítségével a következő határértéket.

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

9. Írjuk fel a parciális integrálás képletét. Melyik deriválási szabályból következik és hogyan?

10. Mikor létezik egy $n \times m$-es mátrix inverze? Adjuk meg az $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mátrix inverzét.

11. Hogyan változik egy 3×3-as mátrix determinánsa, ha minden elemét egy λ valós számmal megszorozzuk? A választ indokoljuk.

12. Alkothat-e generátorrendszert $\mathbb{R}^3$-ben két egymásra merőleges vektor? Ha igen, mutassunk példát, ha nem, indokoljunk.

Minden feladat 5 pontos. Az eredményes vizsgához mindkét részből külön-külön is legalább 9 pontot el kell érni.